পূর্ণাঙ্গ হ্যান্ডনোট ও প্রশ্নব্যাংক

জব ম্যাথ স্পেশাল প্রিপারেশন

বিসিএস, ব্যাংক ও সরকারি চাকরির লিখিত ও প্রিলিমিনারি গণিত সমাধান

📘 পার্ট ১: জব লিখিত গণিত সমাধান

বিসিএস, ব্যাংক ও সরকারি চাকরির লিখিত পরীক্ষার জন্য পৃষ্ঠা ১ হতে ৩৩ পর্যন্ত পূর্ণাঙ্গ সমাধান ও বিস্তারিত খসড়া।

📕 পার্ট ২: বোর্ড বই গণিত মাস্টারক্লাস

৮ম ও ৯ম শ্রেণির পাঠ্যবই থেকে বাছাই করা ১৬৩টি গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নের অধ্যায়ভিত্তিক সহজ ও ধারাবাহিক সমাধান।



Mohammad Sakhaoat Hosain

Instructor (English), Hajiganj Government Technical School and College

Former Lecturer in English, Dhaka International University (DIU)

📱 অফিশিয়াল মোবাইল অ্যাপ্লিকেশন

আজই ডাউনলোড করুন আজকের প্রস্তুতি অ্যাপ

আজকের প্রস্তুতি, আগামীর অগ্রগতি!

BCS, সরকারি চাকরি, ব্যাংক, প্রাইমারি শিক্ষক নিয়োগ, বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি ও IELTS প্রস্তুতি হোক আরও সহজ ও গোছানো। এক ক্লিকেই সম্পূর্ণ প্রস্তুতি আপনার হাতের মুঠোয়।

QR কোড স্ক্যান করে অ্যাপ ইনস্টল করুন

সরাসরি প্লে স্টোর থেকে ইনস্টল করুন

নিচের বাটনে ক্লিক করে বা গুগল প্লে স্টোরে **আজকের প্রস্তুতি** লিখে সার্চ করলেই পেয়ে যাবেন আমাদের অফিশিয়াল অ্যাপ।

⬇️ Download on Google Play

⭐ আজকের প্রস্তুতি অ্যাপের এক্সক্লুসিভ ফিচারসমূহ

- 🎯 **বিষয়ভিত্তিক জব স্টাডি নোটস:** বিসিএস, ব্যাংক ও সরকারি চাকরির পূর্ণাঙ্গ নোট।
- ⚡ **বুস্টার ডোজ ও ফ্ল্যাশকার্ড:** কুইজ মোডে প্রতিদিনের রিভিশন ও সেলফ-টেস্ট।
- 📖 **বঙ্গ রিডার (বুক শেলফ):** গুরুত্বপূর্ণ ই-বুক ও প্রশ্নব্যাংক অফলাইনে পড়ার সুযোগ।
- 🎓 **ভার্সিটি ও মেডিকেল হাব:** ঢাবি, জাবি, রাবি, চাবি ও জিএসটি স্পেশাল গাইডলাইন।
- 🎧 **IELTS পূর্ণাঙ্গ মাস্টারক্লাস:** রিডিং, রাইটিং, স্পিকিং ও লিসেনিং মডিউল।
- 🔔 **লাইভ সার্কুলার ও অ্যালার্ট:** প্রতিদিনের নতুন চাকরির বিজ্ঞপ্তি সরাসরি নোটিফিকেশনে।

ওয়েবসাইট: **https://www.ajkerbongo.com/**

প্যাকেজ: com.devwithbabu.ajkerprostuti

বীজগাণিতিক রাশি

চাকরীর পরীক্ষার জন্য বাছাই করা ৮ম ও ৯ম শ্রেনির বই থেকে গুরুত্বপূর্ণ গনিত সমাধান (সবচেয়ে চাকরীর পরীক্ষার জন্য)

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $a - b = 4$ এবং $ab = 60$ হলে, $a + b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 4$ এবং $ab = 60$

আমরা জানি, $(a + b)^2$

$= (a - b)^2 + 4ab$

$= (4)^2 + 4 \times 60$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 240 = 256$

$\therefore a + b$

$= \pm\sqrt{256} = \pm 16$

নির্ণেয় মান ± 16

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 7$ এবং $ab = 12$

আমরা জানি, $(a - b)^2$

$= (a + b)^2 - 4ab$

$= (7)^2 - 4 \times 12$ [মান বসিয়ে]

$= 49 - 48$

$= 1$

$\therefore a - b = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

নির্ণেয় মান ± 1

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$

আমরা জানি, $(a - b)^2$

$= (a + b)^2 - 4ab$

$= (9m)^2 - 4 \times 18m^2$ [মান বসিয়ে]

$= 81m^2 - 72m^2 = 9m^2$

$\therefore a - b = \pm\sqrt{9m^2} = \pm 3m$

নির্ণেয় মান $\pm 3m$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $x - y = 2$ এবং $xy = 63$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - y = 2$ এবং $xy = 63$

আমরা জানি, $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

$= (2)^2 + 2 \times 63$ [মান বসিয়ে]

$= 4 + 126 = 130$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে,প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2$

$= 322 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি, $x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বামপক্ষ $= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$

$= (2)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= 4 - 2 = 2$

ডানপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2.\frac{1}{a^2} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4-2)^2 - 2$

$= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$\because a^2 + \frac{1}{a^2}$

$= a^4 + \frac{1}{a^4}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $8ab(a^2 + b^2) = 24$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$

বামপক্ষ $= 8ab(a^2 + b^2)$

$= 4ab \times 2(a^2 + b^2) = 4ab\,(2a^2 + 2b^2)$

$= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$

$= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\}\{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$ [মান বসিয়ে]

$= (7 - 5)(7 + 5)$

$= 2 \times 12 = 24$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $8ab(a^2 + b^2) = 24$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$

আমরা জানি, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

বা, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (9)^2 - 2 \times 31$ [মান বসিয়ে]

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 62$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 19$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$ হলে, $(a + b + c)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$

আমরা জানি, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$= 9 + 2 \times 8$ [মান বসিয়ে]

$= 9 + 16 = 25$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$ হলে, $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$

প্রদত্ত রাশি $= 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$

$= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \times 3x \times (-4y) +$
$2 \times (-4y) \times 2z + 2 \times 2z \times 3x$

$= (3x - 4y + 2z)^2$

$= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2$ [মান বসিয়ে]

$= (9 - 16 + 10)^2 = (19 - 16)^2 = (3)^2 = 9$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ প্রমাণ কর যে, $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

সমাধান : বামপক্ষ $= \left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2$

$= \left(\frac{x^2+2xy+y^2}{4} - \frac{x^2-2xy+y^2}{4}\right)^2$

$= \left(\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{4}\right)^2$

$= \left(\frac{4xy}{4}\right)^2 = x^2y^2$

ডানপক্ষ $= \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

$= \frac{(x^2)^2 + 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4} - \frac{(x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4}$

$= \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4}{4}$

$= \frac{4x^2y^2}{4} = x^2y^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $x^2 + 10x + 24$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 10x + 24$

$= x^2 + 10x + 25 - 1$

$= (x)^2 + 2 \times x \times 5 + (5)^2 - (1)^2$

$= (x + 5)^2 - 1^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $a = 4$, $b = 6$ এবং $c = 3$ হলে, $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 4$, $b = 6$ এবং $c = 3$

প্রদত্ত রাশি $= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$

$= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2$

$= (2ab - 4bc)^2$

$= \{(2 \times 4 \times 6) - (4 \times 6 \times 3)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$= (48 - 72)^2 = (-24)^2 = 576$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 + \frac{1}{x^2} = (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 . x . \frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $a+\frac{1}{a}=4$ হলে, $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a+\frac{1}{a}=4$

প্রদত্ত রাশি $= a^4+\frac{1}{a^4}=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2\,.\,a^2\,.\,\frac{1}{a^2}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$=\left\{(a)^2+\left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2-2$

$=\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2.a.\frac{1}{a}\right\}^2-2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$=\{(4)^2-2\}^2-2$ [মান বসিয়ে]

$=(16-2)^2-2$

$=(14)^2-2=196-2=194$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $m=6, n=7$ হলে, $16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m=6.\ n=7$

ধরি, $m^2+n^2=x$ এবং $3m^2-2n^2=y$

প্রদত্ত রাশি $= 16x^2+56xy+49y^2$

$=(4x)^2+2.4x.7y+(7y)^2$

$=(4x+7y)^2$

$=\{4(m^2+n^2)+7(3m^2-2n^2)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$=(4m^2+4n^2+21m^2-14n^2)^2$

$=(25m^2-10n^2)^2$

$=\{25\times(6)^2-10\times(7)^2\}^2$ [মান বসিয়ে]

$=\{(25\times36)-(10\times49)\}^2$

$=(900-490)^2=(410)^2=168100$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $a-\frac{1}{a}=m$ হলে, দেখাও যে, $a^4+\frac{1}{a^4}=m^4+4m^2+2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a-\frac{1}{a}=m$

বামপক্ষ $= a^4+\frac{1}{a^4}=(a^2)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2.a^2.\frac{1}{a^2}$ [$\because a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$]

$=\left\{(a)^2+\left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2-2$

$=\left\{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2.a.\frac{1}{a}\right\}^2-2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$=\{(m)^2+2\}^2-2$ [মান বসিয়ে]

$=(m^2+2)^2-2$

$=(m^2)^2+2.m^2.2+(2)^2-2$

$=m^4+4m^2+4-2=m^4+4m^2-2=$ ডানপক্ষ

$\therefore\ a^4+\frac{1}{a^4}=m^4+4m^2+2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $x-\frac{1}{x}=4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2=18$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=4$ [$\because a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$]

বামপক্ষ $=x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$=(4)^2+2$ [মান বসিয়ে]

$=16+2=18=$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2=18$ (প্রমাণিত)

$= 3a - 5b + 4b - 2a = a - b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy$

$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y = (x + y)^3$

$= (3a - 5b + 4b - 2a)^3$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (a - b)^3$

$= \{7 - (-5)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (7 + 5)^3 = (12)^3 = 1728$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৯ ॥ যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$

বামপক্ষ $= m^3 + 2p^3$

$= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3)$ [মান বসিয়ে]

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3$

$= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3$

$= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

$= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\}$

$= 3(a + b)(a^2 + b^2)$

$= 3mn$ [মান বসিয়ে] = ডানপক্ষ

$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪০ ॥ যদি $x + y = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 1$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 - xy$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy$

$= 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) - xy$ [মান বসিয়ে]

$= x^2 - xy + y^2 - xy$

$= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ = ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪১ ॥ $m + \frac{1}{m} = a$ হলে, $m^3 + \frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = a$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= m^3 + \frac{1}{m^3}$

$= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3.m.\frac{1}{m}\left(m + \frac{1}{m}\right)$

$= (a)^3 - 3.1.a$ [মান বসিয়ে]

$= a^3 - 3a$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪২ ॥ $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 8y^3 - 18xy$
$= x^3 - (2y)^3 - 18xy$
$= (x - 2y)^3 + 3 \times x \times 2y(x - 2y) - 18xy$
$= (3)^3 + 6xy \times 3 - 18xy$ [x – 2y এর মান বসিয়ে]
$= 27 + 18xy - 18xy$
$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ $4x - 3 = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান : দেওয়া আছে, $4x - 3 = 5$

বামপক্ষ $= 64x^3 - 27 - 180x$
$= (4x)^3 - (3)^3 - 180x$
$= (4x - 3)^3 + 3 \times 4x \times 3(4x - 3) - 180x$
$= (5)^3 + 36x \times 5 - 180x$ [4x – 3 এর মান বসিয়ে]
$= 125 + 180x - 180x = 125 =$ ডানপক্ষ

$\therefore 64x^3 - 27 - 180x = 125$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২৮ ॥ $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = -3$ ও $b = 2$

প্রদত্ত রাশি $= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$
$= (2a)^3 + 3 \times (2a)^2 \times 3b + 3 \times (2a) \times (3b)^2 + (3b)^3$
$= (2a + 3b)^3$
$= \{2.(-3) + 3.2\}^3$ [মান বসিয়ে]
$= (-6 + 6)^3 = (0)^3 = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৯ ॥ $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 6a^2 + 12a + 1$
$= a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 4 + 8 - 7$
$= (a)^3 + 3 \times (a)^2 \times 2 + 3 \times a \times (2)^2 + (2)^3 - 7$
$= (a + 2)^3 - 7 = (7 + 2)^3 - 7$ [a এর মান বসিয়ে]
$= (9)^3 - 7 = 729 - 7 = 722$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩০ ॥ $x = 5$ হলে, $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 5$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 12x^2 + 48x - 64$
$= x^3 - 3.x^2.4 + 3.x.16 - (4)^3$
$= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3$
$= (x - 4)^3 = (5 - 4)^3$ [x এর মান বসিয়ে]
$= (1)^3 = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩১ ॥ $a^2 + b^2 = c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপক্ষ $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$
$= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$
$= (a^2 + b^2)^3 - 3 \times a^2 \times b^2(a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$
$= (c^2)^3 - 3a^2b^2 \times c^2 + 3a^2b^2c^2$ [$(a^2 + b^2)$ এর মান বসিয়ে]
$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2 = c^6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৩২ ॥ $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ $= x^3 + \frac{1}{x^3} = (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$
$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= (4)^3 - 3.1.4$ [মান বসিয়ে]

$= 64 - 12 = 52 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৩৩ ॥ $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 5$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (5)^3 + 3 \times 5$ [মান বসিয়ে]

$= 125 + 15 = 140$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৪ ॥ $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে, $a^3 - b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$= (5)^3 + 3.36.5$ [মান বসিয়ে]

$= 125 + 540 = 665$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৫ ॥ যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$

আমরা জানি, $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

বা, $3ab(a - b) = (a^3 - b^3) - (a - b)^3$

বা, $3ab \cdot 3 = 513 - (3)^3$ [মান বসিয়ে]

বা, $9ab = 513 - 27$

বা, $9ab = 486$

বা, $ab = \frac{486}{9}$ $\therefore ab = 54$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৬ ॥ $x = 19$ এবং $y = -12$ হলে, $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 19$ এবং $y = -12$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.2x.(3y)^2 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)^3$

$= \{2 \times 19 + 3 \times (-12)\}^3$ [x ও y-এর মান বসিয়ে]

$= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৭ ॥ যদি $a = 15$ হয়, তবে $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 15$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি$= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$

$= (2a)^3 + 3.(2a)^2.5 + 3.2a.(5)^2 + (5)^3 + 5$

$= (2a + 5)^3 + 5$

$= (2 \times 15 + 5)^3 + 5$

$= (30 + 5)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৮ ॥ $a = 7$ এবং $b = -5$ হলে, $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$ এবং $b = -5$

ধরি, $3a - 5b = x$ এবং $4b - 2a = y$

$x + y = (3a - 5b) + (4b - 2a)$

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4} = (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \quad m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x - y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 12$ এবং $xy = 27$

এখন, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (12)^2 - 4.\ 27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 108 = 36$ **(Ans.)**

আবার, $x^2 - y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (12)^2 - 2.27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 54 = 90$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $ab = 15$

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8$ [$(a + b)$ ও ab এর মান বসিয়ে]

$= 512 - 360 = 152$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $x + y = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 2$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + 6xy$

$= (x + y)^3 - 3xy\,(x + y) + 6xy$

$= (2)^3 - 3xy \times 2 + 6xy$ [$(x + y)$ এর মান বসিয়ে]

$= (2)^3 - 6xy + 6xy = 8 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^3 + y^3 + 6xy = 8$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$

প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 27y^3$

$= (2x)^3 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)^3 - 3.\ 2x.3y\,(2x + 3y)$

$= (2x + 3y)^3 - 18xy\,(2x + 3y)$

$= (13)^3 - 18.6.13$ [$(2x + 3y)$ ও xy এর মান বসিয়ে]

$= 2197 - 1404 = 793$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ $p - q = 5$, $pq = 3$ হলে, $p^3 - q^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = 5$ এবং $pq = 3$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 - q^3$

$= (p - q)^3 + 3pq(p - q)$

$= (5)^3 + 3 \times 3 \times 5$ [$(p - q)$ ও pq এর মান বসিয়ে]

$= 125 + 45 = 170$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$

$= (p)^3 + 3.1.p$ [মান বসিয়ে]

$= p^3 + 3p$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৩ ॥ যদি $a - \frac{1}{a} = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 1$

বামপক্ষ $= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (1)^3 + 3.1.1$ [মান বসিয়ে]

$= 1 + 3 = 4 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৪ ॥ $p - q = r$ হলে, দেখাও যে, $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = r$

বামপক্ষ $= p^3 - q^3 - r^3$

$= (p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3$

$= (r)^3 + 3pq.(r) - r^3$

$= r^3 + 3pqr - r^3$ [মান বসিয়ে]

$= 3pqr =$ ডানপক্ষ

$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৫ ॥ $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

বামপক্ষ $= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8x^3 - \frac{8}{x^3}$

$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$

$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x - \frac{2}{x}\right)$

$= (3)^3 + 12.3$ [মান বসিয়ে]

$= 27 + 36 = 63 =$ ডানপক্ষ

$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৬ ॥ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$

[হর ও লবকে $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{1} = \sqrt{6}-\sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{6}+\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{a^6-1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$= (2\sqrt{5})^3 + 3.1.\ 2\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$ **(Ans.)**

উৎপাদকে বিশ্লেষণ

প্রশ্ন ॥ ৪৭ ॥ $a^2 + ab + ac + bc$

সমাধান : $a^2 + ab + ac + bc$

$= a(a + b) + c(a + b) = (a + b)(a + c)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৮ ॥ $ab + a - b - 1$

সমাধান : $ab + a - b - 1$

$= a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)(a - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৯ ॥ $ab(x - y) - bc(x - y)$

সমাধান : $ab(x - y) - bc(x - y)$

$= (x - y)(ab - bc) = (x - y)\{b(a - c)\}$

$= b(x - y)(a - c)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫০ ॥ $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান : $9x^2 + 24x + 16$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 = (3x + 4)^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫১ ॥ $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান : $a^4 - 27a^2 + 1$

$= (a^2)^2 - 2.a^2.1 + (1)^2 - 25a^2$

$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$

$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$

$= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫২ ॥ $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান : $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$

$= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$

$= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৩ ॥ $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

সমাধান : $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

$= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4)$

$= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4)$

$= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\}$

$= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2)$

$= 9\{(x^2)^2 - (2a)^2\}(x + a)(x - a)$

$= 9(x + 2a)(x - 2a)(x + a)(x - a)$

$= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৪॥ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান : $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$

$= a^2 + 6a + 9 - (1 - 2y + y^2)$

$= (a)^2 + 2.a.3 + (3)^2 - (1^2 - 2.1.y + y^2)$

$= (a + 3)^2 - (1 - y)^2$

$= (a + 3 + 1 - y)(a + 3 - 1 + y)$

$= (a - y + 4)(a + y + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৫ ॥ $x^2 + 13x + 36$

সমাধান : $x^2 + 13x + 36$

$= x^2 + 4x + 9x + 36$

$= x(x + 4) + 9(x + 4) = (x + 4)(x + 9)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৬ ॥ $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান : $x^4 + x^2 - 20$

$= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 = x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$

$= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$

$= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2)$

$= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৭ ॥ $a^2 - 30a + 216$

সমাধান : $a^2 - 30a + 216$

$= a^2 - 18a - 12a + 216$

$= a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৮ ॥ $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

সমাধান : $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 = x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$

$= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৯ ॥ $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান : $a^8 - a^4 - 2$

$= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$

$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬০ ॥ $a^2b^2 - 8ab - 105$

সমাধান : $a^2b^2 - 8ab - 105$

$= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$

$= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$

$= (ab - 15)(ab + 7) = (ab + 7)(ab - 15)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬১ ॥ $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান : $4x^4 - 25x^2 + 36$

$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$

$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$

$= (x^2 - 2^2)\{(2x)^2 - 3^2\} = (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬২ ॥ $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান : $4x^4 - 27x^2 - 81$

$= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 = 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$

$= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$

$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৩ ॥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৪ ॥ $24x^4 - 3x$

সমাধান : $24x^4 - 3x$

$= 3x\,(8x^3 - 1) = 3x\{(2x)^3 - 1\}$

$= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x.1 + (1)^2\}$

$= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৫ ॥ $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

সমাধান : $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3$

$= \{(a^2 + b^2) + 2ab\}\{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2).2ab + (2ab)^2\}$

$= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\}$

$= (a + b)^2(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2)$

$= (a + b)^2(a^4 - 2a^3b + 6a^2b^2 - 2ab^3 + b^4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৬ ॥ $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান : $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$= (a)^3 - 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 - (2)^3 - 1$

$= (a - 2)^3 - 1 = (a - 2)^3 - (1)^3$

$= \{(a - 2) - 1\}\{(a - 2)^2 + (a - 2).1 + (1)^2\}$

$= (a - 2 - 1)(a^2 - 2.a.2 + 2^2 + a - 2 + 1)$

$= (a - 3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1)$

$= (a - 3)(a^2 - 3a + 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৭ ॥ $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

সমাধান : $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.(1)^2 + (1)^3 - 1 - 63$

$= (2x + 1)^3 - 64 = (2x + 1)^3 - (4)^3$

$= \{(2x + 1) - 4\}\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \times 4 + (4)^2\}$

$= (2x + 1 - 4)\{(2x)^2 + 2.2x.1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16)\}$

$= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 20)$

$= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৮ ॥ $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

সমাধান : $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a.\frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\}$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$

$= \frac{1}{3}(6a + b) \times \frac{1}{9}(36a^2 - 6ab + b^2)$

$= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৯ ॥ $a^3 - \frac{1}{8}$

সমাধান : $a^3 - \frac{1}{8} = a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{(a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$

$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}(2a - 1) \cdot \frac{1}{4}(4a^2 + 2a + 1)$

$= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭০ ॥ $(x + 5)(x - 9) - 15$

সমাধান : $(x + 5)(x - 9) - 15$

$= x^2 + (5 - 9)x + 5.(-9) - 15$

$= x^2 - 4x - 45 - 15 = x^2 - 4x - 60$

$= x^2 - 10x + 6x - 60 = x(x - 10) + 6(x - 10)$

$= (x - 10)(x + 6) = (x + 6)(x - 10)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭১ ॥ $a^3 + 8$

সমাধান : $a^3 + 8 = (a)^3 + (2)^3$

$= (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭২ ॥ $8x^3 + 343$

সমাধান : $8x^3 + 343$

$= (2x)^3 + (7)^3$

$= (2x + 7)\{(2x)^2 - 2x.7 + 7^2\}$

$= (2x + 7)(4x^2 - 14x + 49)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৩ ॥ $8a^4 + 27ab^3$

সমাধান : $8a^4 + 27ab^3 = a(8a^3 + 27b^3) = a\{(2a)^3 + (3b)^3\}$

$= a(2a + 3b)\{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\}$

$= a(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৪ ॥ $8x^3 + 1$

সমাধান : $8x^3 + 1 = (2x)^3 + (1)^3$

$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x.1 + (1)^2\}$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৫ ॥ $64a^3 - 125b^3$

সমাধান : $64a^3 - 125b^3 = (4a)^3 - (5b)^3$

$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$

$= (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৬ ॥ $56x^3 - 189y^3$

সমাধান : $56x^3 - 189y^3 = 7(8x^3 - 27y^3)$

$= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\}$

$= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x.3y + (3y)^2\}$

$= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৭ ॥ $3x - 75x^3$

সমাধান : $3x - 75x^3$

$= 3x(1 - 25x^2)$

$= 3x\{(1)^2 - (5x)^2\} = 3x(1 + 5x)(1 - 5x)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৮ ॥ $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান : $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

$= (a - b)^2 - p^2 = (a - b + p)(a - b - p)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৯ ॥ $8a + ap^3$

সমাধান : $8a + ap^3 = a(8 + p^3) \quad = a\{(2)^3 + (p)^3\}$

$= a(2 + p)(2^2 - 2 \times p + p^2)$

$= a(2 + p)(4 - 2p + p^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮০ ॥ $x^6 - y^6$

সমাধান : $x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3$

$= (x^2 - y^2)\{(x^2)^2 + x^2y^2 + (y^2)^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$

$= (x + y)(x - y)(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮১ ॥ $x^2 + 14x + 40$

সমাধান : $x^2 + 14x + 40$

$= x^2 + 10x + 4x + 40$

$= x(x + 10) + 4(x + 10)$

$= (x + 4)(x + 10)$ **(Ans.)**

এখানে,

1×40

$4 \times 10 = 40$

এবং $10 + 4 = 14$

প্রশ্ন ॥ ৮২ ॥ $x^2 + 7x - 120$

সমাধান : $x^2 + 7x - 120$

$= x^2 + 15x - 8x - 120$

$= x(x + 15) - 8(x + 15)$

$= (x + 15)(x - 8)$ **(Ans.)**

এখানে,

$-1 \times 120 = -120$

$15 \times (-8) = -120$

এবং $15 + (-8) = 7$

প্রশ্ন ॥ ৮৩ ॥ $x^2 - 51x + 650$

সমাধান : $x^2 - 51x + 650$

$= x^2 - 26x - 25x + 650$

$= x(x - 26) - 25(x - 26)$

$= (x - 26)(x - 25)$

(Ans.)

এখানে,

$(-1) \times (-650) = 650$

$(-26) \times (-25) = 650$

এবং $(-26) + (-25) = -51$

প্রশ্ন ॥ ৮৪ ॥ $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান : $a^2 + 7ab + 12b^2$

$= a^2 + 4ab + 3ab + 12b^2$

$= a(a + 4b) + 3b(a + 4b)$

$= (a + 3b)(a + 4b)$

(Ans.)

এখানে, $1 \times 12 = 12$

$3 \times 4 = 12$

এবং $4 + 3 = 7$

প্রশ্ন ॥ ৮৫ ॥ $6x^2 - x - 15$

সমাধান : $6x^2 - x - 15$
$= 6x^2 - 10x + 9x - 15$
$= 2x(3x - 5) + 3(3x - 5)$
$= (2x + 3)(3x - 5)$ **(Ans.)**

এখানে,
$6 \times (-15) = -90$
$9 \times (-10) = -90$
এবং $9 + (-10) = -1$

প্রশ্ন ॥ ৮৬ ॥ $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান : $3x^2 + 11x - 4$
$= 3x^2 + 12x - x - 4$
$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$
$= (x + 4)(3x - 1)$ **(Ans.)**

এখানে,
$3 \times (-4) = -12$
$12 \times (-1) = -12$
এবং $12 + (-1) = 11$

প্রশ্ন ॥ ৮৭ ॥ $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান : $3x^2 - 16x - 12$
$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$
$= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$
$= (3x + 2)(x - 6)$ **(Ans.)**

এখানে,
$3 \times (-12) = -36$
$(-18) \times 2 = -36$
এবং $(-18) + 2 = -16$

প্রশ্ন ॥ ৮৮ ॥ $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান : $2x^2 - 9x - 35$
$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$
$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$
$= (x - 7)(2x + 5)$

এখানে,
$2 \times (-35) = -70$
$(-14) \times 5 = -70$
এবং $(-14) + 5 = -9$

প্রশ্ন ॥ ৮৯ ॥ $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : $2x^2 - 5xy + 2y^2$
$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$
$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$
$= (x - 2y)(2x - y)$ **(Ans.)**

এখানে,
$2 \times 2 = 4$
$(-4) \times (-1) = 4$
এবং $(-4) + (-1) = -5$

প্রশ্ন ॥ ৯০ ॥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$
$= ax^2 + a^2x + x + a$
$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯১ ॥ $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$
$= -1 + 2 + 5 - 6 = 7 - 7 = 0$

$\therefore x - (-1)$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$
$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$
$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$
$= (x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6)$
$= (x + 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$
$= (x + 1)(x + 3)(x - 2)$
$= (x - 2)(x + 1)(x + 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯২ ॥ $3x^2 - 7x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

$\therefore f(3) = 3.(3)^2 - 7.(3) - 6$

$= 3 \times 9 - 21 - 6 = 27 - 27 = 0$

$\therefore (x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $3x^2 - 7x - 6 = 3x^2 - 9x + 2x - 6$

$= 3x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(3x + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৩॥ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন

$\therefore$ মাথাপিছু ভাড়া হবে $\frac{5700}{x}$ টাকা

আবার, 5 জন যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রীর সংখ্যা হতো $(x + 5)$ জন

$\therefore$ এক্ষেত্রে মাথাপিছু ভাড়া হতো $\frac{5700}{x+5}$ টাকা।

প্রশ্নমতে,

$$\frac{5700}{x} - \frac{5700}{x+5} = 3$$

বা, $5700\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+5}\right) = 3$

বা, $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+5} = \frac{3}{5700}$

বা, $\frac{x+5-x}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$

বা, $\frac{5}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$

বা, $x(x + 5) = 5 \times 1900$

বা, $x^2 + 5x = 9500$

বা, $x^2 + 5x - 9500 = 0$

বা, $x^2 + 100x - 95x - 9500 = 0$

বা, $x(x + 100) - 95(x + 100) = 0$

বা, $(x + 100)(x - 95) = 0$

হয়, $x + 100 = 0$ অথবা, $x - 95 = 0$

$\therefore x = -100$ $\therefore x = 95$

যেহেতু x যাত্রীসংখ্যা নির্দেশ করে তাই x কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x = 95$

অর্থাৎ, বাসে 95 জন যাত্রী গিয়েছিল।

প্রশ্ন ॥ ৯৪ ॥ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায় u কি.মি.।

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

প্রশ্নানুসারে, $u + v = \frac{d}{q}$ ..... (i)

$\left[\text{যেহেতু, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}\right]$

এবং $u - v = \frac{d}{p}$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2u = \frac{d}{p} + \frac{d}{q} = d\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

$$\therefore \quad u = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2v = d\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$$

$$\therefore \quad v = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$$

সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$ কি.মি.

এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$ কি.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৫ ॥ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় u কি.মি এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি.

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

$\therefore$ ১ম শর্তানুসারে, $\frac{15}{u+v} + \frac{15}{u-v} = 4$ ..... (i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{5}{u+v} = \frac{3}{u-v}$ ..... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{5}{u+v} = \frac{3}{u-v}$$

বা, $5(u - v) = 3(u + v)$

বা, $5u - 5v = 3u + 3v$

বা, $5u - 3u = 5v + 3v$

বা, $2u = 8v$

বা, $u = \frac{8}{2}v \quad \therefore u = 4v$ ..... (iii)

এখন, u এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{15}{4v+v} + \frac{15}{4v-v} = 4$$

বা, $\frac{15}{5v} + \frac{15}{3v} = 4$

বা, $\frac{3}{v} + \frac{5}{v} = 4$

বা, $\frac{3+5}{v} = 4$

বা, $\frac{8}{v} = 4 \quad \therefore v = \frac{8}{4} = 2$

এখন, v এর মান সমীকরণ (iii)–এ বসিয়ে পাই, $u = 4 \times 2 = 8$

অর্থাৎ, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় 8 কি.মি. এবংস্রোতের বেগ ঘণ্টায় 2 কি.মি **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৬ ॥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_1 > t_2$)

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা q লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট v লিটার পানি ধরে।

ধরি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চা t মিনিটে পূর্ণ হয়।

প্রথম নল দ্বারা t_1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$\therefore v = pt_1$ ..... (i)

দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$0 = v - qt_2$

বা, $v = qt_2$ ..... (ii)

দুইটি নল দ্বারা t মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$v = pt - qt$

বা, $v = (p - q)\,t$ ..... (iii)

(i) থেকে, $p = \frac{v}{t_1}$

(ii) থেকে, $q = \frac{v}{t_2}$

$\therefore$ (iii) থেকে $v = \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2}\right)t$

বা, $v = v\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)t$

বা, $1 = \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)t = \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}\right)t$

$\therefore t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$

নির্ণেয় সময় $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ মিনিট **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৭ ॥ একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল +দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট q লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$\therefore q = 12p$ ..... (i)

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$\therefore q = 48p - 48 \times 15$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $p = \frac{q}{12}$

এখন, p এর মান সমীকরণ (ii)–এ বসিয়ে পাই,

$q = 48 \times \frac{q}{12} - 48 \times 15$

বা, $q = 4q - 48 \times 15$

বা, $4q - q = 48 \times 15$

বা, $3q = 48.15 \therefore q = \frac{48 \times 15}{3} = 240$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে। **(Ans.)**

লাভ ক্ষতি ও মুনাফা

প্রশ্ন ॥ ৯৮ ॥ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য C টাকা

10% লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য = C + C এর 10%

$$= \left(C + C \times \frac{10}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= C\left(1 + \frac{10}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= C\left(1 + \frac{1}{10}\right) \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে, $C\left(1 + \frac{1}{10}\right) = 11$

বা, $C\left(\frac{10+1}{10}\right) = 11$

বা, $C\left(\frac{11}{10}\right) = 11$

বা, $C = \frac{11 \times 10}{11}$ $\therefore C = 10$

অর্থাৎ, কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৯ ॥ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য x টাকা

তাহলে, খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করায় ক্ষতি হলো $(x - 36)$ টাকা

এবং 72 টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হলো $(72 - x)$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $72 - x = 2.(x - 36)$

বা, $72 - x = 2x - 72$

বা, $2x - 72 = 72 - x$

বা, $2x + x = 72 + 72$

বা, $3x = 144$

বা, $x = \frac{144}{3}$ $\therefore x = 48$

সুতরাং, খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০০ ॥ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক অংশ x টাকা, খ অংশ y টাকা এবং গ অংশ z টাকা

প্রশ্নানুসারে, $2x = 3y = 4z$

এখানে, $2x = 3y$

বা, $y = \frac{2}{3}x$

আবার, $4z = 2x$ বা, $z = \frac{2}{4}x$ $\therefore z = \frac{1}{2}x$

এখন, $x + y + z = 260$

বা, $x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260$

বা, $\frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$

বা, $\frac{13x}{6} = 260$

বা, $13x = 6 \times 260$

বা, $x = \frac{6 \times 260}{13}$ $\therefore x = 120$

অতএব, ক পাবে 120 টাকা, খ পাবে $\left(\frac{2}{3} \times 120\right)$ টাকা বা 80 টাক এবংগ পাবে $\left(\frac{1}{2} \times 120\right)$ টাকা বা 60 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০১ ॥ একটি দ্রব্য x% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, 3x% লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : মনেকরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$\therefore$ x% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (C – C এর x%) টাকা

$= \left(C - C \times \frac{x}{100}\right)$টাকা

$= \left(C - \frac{Cx}{100}\right)$ টাকা

এবং 3x% লাভে বিক্রয়মূল্য (C + C এর 3x%) টাকা

$= \left(C + C \times \frac{3x}{100}\right)$টাকা

$= \left(C + \frac{3Cx}{100}\right)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\left(C + \frac{3Cx}{100}\right) - \left(C - \frac{Cx}{100}\right) = 18x$

বা, $C + \frac{3Cx}{100} - C + \frac{Cx}{100} = 18x$

বা, $\frac{3Cx}{100} + \frac{Cx}{100} = 18x$

বা, $\frac{Cx}{100}(3 + 1) = 18x$

বা, $\frac{Cx}{100} \times 4 = 18x$

বা, $\frac{Cx}{25} = 18x$

বা, $C = \frac{25 \times 18x}{x}$ $\therefore C = 450$

অতএব, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০২ ॥ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 148 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : মনে করি, শতকরা মুনাফার হার r%

এখানে, মূলধন (P) = 300 টাকা, সময় (n) = 4 বছর

আমরা জানি, I = Pnr

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে $I_1 = Pnr = 300.4.\ r = 1200r$

এবং ২য় শর্তানুসারে, $I_2 = Pnr$

$$= 400.5.r \left[\begin{matrix}\because\ P = 400 \text{ টাকা} \\ n = 5 \text{ বছর}\end{matrix}\right]$$

$$= 2000r$$

প্রশ্নানুসারে, $1200r + 2000r = 148 \qquad [\because I_1 + I_2 = 148]$

বা, $(1200 + 2000)r = 148$

বা, $3200r = 148$

বা, $r = \frac{148}{3200}$

বা, $r = \frac{148 \times 100}{3200}\% \ \therefore\ r = 4\frac{5}{8}\%$ বা, 4.625%

সুতরাং মুনাফার হার 4.625% **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৩ ॥ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P টাকা

এখানে, $n = 2$ বছর

$r = 4\%$

আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে $I = Pnr = P \times 2 \times 4\%$

$$= P \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা} = \frac{2P}{25} \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল C হলে, $C = P(1 + r)^2$

$$= P\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = P\left(1 + \frac{1}{25}\right)^2$$

$$= P\left(\frac{26}{25}\right)^2 = P.\ \frac{26}{25}\cdot\frac{26}{25} = \frac{676}{625}P$$

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধিমূল − মূলধন

$$= C - P = \frac{676}{625}P - P$$

$$= \left(\frac{676}{625} - 1\right)P = \left(\frac{676 - 625}{625}\right)P = \frac{51}{625}p$$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$

বা, $\frac{51P - 50P}{625} = 1$

বা, $\frac{P}{625} = 1$

$\therefore\ P = 625$

অর্থাৎ, মূলধন 625 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৪ ॥ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি, $A = P(I + nr)$ টাকা

যেখানে, n = নির্দিষ্ট সময়

P = মূলধন

r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

A = n সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন

১ম শর্তানুসারে, $A = P(1 + 3r) = 460$ .....(i)

২য় শর্তানুসারে, $A = P(1 + 5r) = 600$ .....(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(1+5r)}{P(1+3r)} = \frac{600}{460}$$

বা, $\frac{1+5r}{1+3r} = \frac{30}{23}$

বা, $23(1 + 5r) = 30(1 + 3r)$

বা, $23 + 115r = 30 + 90r$

বা, $115r - 90r = 30 - 23$

বা, $25r = 7$

$\therefore r = \frac{7}{25}$

$\therefore$ মুনাফার হার $= \frac{7}{25} \times 100\% = 28\%$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৫ ॥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সবৃদ্ধিমূল 985 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, মূলধন = P টাকা

$n = 13$ বছর

$s = 5$ টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে, $S = 985$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $985 = P\left(1 + 13 \cdot \frac{5}{100}\right)$

বা, $985 = P\left(1 + \frac{13}{20}\right)$

বা, $985 = P \times \frac{33}{20}$

বা, $P = \frac{985 \times 20}{33}$ $\therefore P = 596{\cdot}97$ (প্রায়)

নির্ণেয় মূলধন 596·97 টাকা (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৮ ॥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সবৃদ্ধিমূল 1248 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, P = মূলধন

$n = 12$ বছর

$s = 5$ টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে, $S = 1248$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $1248 = P\left(1 + 12 \times \frac{5}{100}\right)$

বা, $1248 = P\left(1 + \frac{3}{5}\right)$

বা, $1248 = P \cdot \frac{8}{5}$

বা, $P = \frac{1248 \times 5}{8}$ ∴

$P = 780$

অর্থাৎ, মূলধন 780 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৬ ॥ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, P = 8000 টাকা

$n = 3$ বছর

$r = 5\% = \frac{5}{100}$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

$= \cancel{400}^{} 8000 \times 3 \times \frac{\cancel{1}^{1}}{\cancel{100}_{20_1}}$ টাকা

$= 1200$ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল,

$C = P(1 + r)^n$

$= 8000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(\frac{20 + 1}{20}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^3$ টাকা

$= \frac{\cancel{400}^{20} \quad 8000.21.21.21}{\underset{1}{20} \times \underset{1}{20} \times \underset{1}{20}}$ টাকা

$= 21 \times 21 \times 21$ টাকা $= 9261$ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P$

$= (9261 - 8000)$ টাকা $= 1261$ টাকা

∴ উভয় মুনাফার পার্থক্য $= (1261 - 1200)$ টাকা $= 61$ টাকা।

নির্ণেয় পার্থক্য 61 টাকা।

প্রশ্ন ॥ ১০৭ ॥ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) x%। একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাঁকে কত ভ্যাট দিতে হবে? x = 15, P = 2300 হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : মনেকরি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য C টাকা

x% ভ্যাটসহ মিষ্টির বিক্রয়মূল্য $= \left(C + \frac{Cx}{100}\right)$ টাকা

$= C\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ টাকা

শর্তানুসারে, $C\left(1 + \frac{x}{100}\right) = P$

$$\text{বা, } C = \frac{P}{1+\frac{x}{100}} = \frac{P}{\frac{100+x}{100}} = \frac{100P}{100+x}$$

$$\therefore \text{ ভ্যাটের পরিমাণ } (P-C) \text{ টাকা} = \left(P - \frac{100P}{100+x}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100P + Px - 100P}{100+x} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{Px}{100+x} \text{ টাকা}$$

এখন, $x = 15$ এবং $P = 2300$ হলে,

$$\text{ভ্যাটের পরিমাণ} = \frac{15 \times 2300}{100+15} \text{ টাকা} \quad [x \text{ ও } p \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{15 \times 2300}{115} \text{ টাকা} = 300 \text{ টাকা}$$

অতএব, বিক্রেতাকে ভ্যাট দিতে হবে $\frac{px}{(100+x)}$ টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৮ ॥ একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা
বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

নোট : প্রথমে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য। এরপর পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য নির্ণয় করতে হবে।

$\therefore$,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

$\therefore$,, ৫৭৬ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ৫৭৬}{১২০}$ টাকা

$= ৪৮০$ টাকা

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ৪৮০ টাকা।
পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা
এখন, বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

$\therefore$,, ৪৮০ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ৪৮০}{১২০}$ টাকা

$= ৪০০$ টাকা

$\therefore$ পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১০৯ ॥ একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

সমাধান : ৫% ক্ষতিতে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৫) টাকা = ৯৫ টাকা।
বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{৯৫}$ টাকা

$\therefore$,, ২৩৭৫.০০ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ২৩৭৫.০০}{৯৫}$ টাকা

$= \frac{১০০ \times ২৩৭৫০০}{৯৫ \times ১০০}$ টাকা = ২৫০০ টাকা

আবার, ৬% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে
বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৬) টাকা = ১০৬ টাকা।
এখন, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

" ১ " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ টাকা

" ২৫০০ " " " $\frac{১০৬ \times ২৫০০}{১০০}$ টাকা

= ২৬৫০ টাকা

∴ ২৬৫০ টাকায় বিক্রয় করলে ৬% লাভ হবে। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১১০ ॥ ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান : ১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৩০}{১০}$ টাকা = ৩ টাকা

আবার, ১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৩০}{১৫}$ টাকা = ২ টাকা

∴ (১ + ১) = ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩ + ২) টাকা = ৫ টাকা

এখন, ১২ টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ " " " $\frac{৩০}{১২}$ টাকা

∴ ২ " " " $\frac{৩০ \times ২}{১২}$ টাকা

= ৫ টাকা

∴ সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান।

∴ লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১১১ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫০ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, I = Prn

∴ মুনাফা = $\left(২০০০ \times \frac{১০.৫০}{১০০} \times ৫\right)$ টাকা

= ১০৫০ টাকা। (উত্তর)

এখানে,
P = আসল = ২০০০ টাকা
I = মুনাফা = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার
= ১০.৫০% = $\frac{১০.৫০}{১০০}$
n = সময় = ৫ বছর

প্রশ্ন ॥ ১১২ ॥ বার্ষিক মুনাফা শতকরা ১০ টাকা থেকে কমে ৮ টাকা হলে, ৩০০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত কম হবে?

সমাধান : মুনাফার হার কমে ১০% − ৮% = ২%

আমরা জানি, I = Prn

∴ মুনাফা = (৩০০০ × ২% × ৩) টাকা

= $\left(৩০০০ \times \frac{২}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা

= ১৮০ টাকা

এখানে,
P = আসল = ৩০০০ টাকা
I = মুনাফা = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ২%
n = সময় = ৩ বছর

∴ মুনাফা ১৮০ টাকা কম হবে। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১১৩ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফা কত হলে, ১৩০০০ টাকা ৫ বছরে মুনাফা–আসলে ১৮৮৫০ টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, I = Prn বা, r = $\frac{I}{Pn}$

অর্থাৎ মুনাফার হার = $\frac{৫৮৫০}{১৩০০০ \times ৫}$

= $\frac{১১৭}{১৩০০}$

= $\frac{১১৭ \times ১০০}{১৩০০}$ % = ৯%

এখানে,
P = আসল = ১৩০০০ টাকা
I = মুনাফা = (১৮৮৫০ − ১৩০০০) টাকা = ৫৮৫০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৫ বছর

∴ বার্ষিক মুনাফা ৯%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৪ ॥ বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

∴ ৮ বছরের মুনাফা-আসল = (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

∴ মুনাফা = মুনাফা-আসল − আসল

= (২০০ − ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

∴ মুনাফার হার $= \frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

এখানে,
P = আসল = ১০০ টাকা
I = মুনাফা = ১০০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৮ বছর

$= \frac{১০০ \times ১০০}{১০০ \times ৮}\% = \frac{২৫}{২}\% = ১২\frac{১}{২}\% = ১২.৫\%$

∴ বার্ষিক মুনাফা $১২\frac{১}{২}\%$ বা ১২.৫%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৫ ॥ ৬৫০০ টাকা যে হার মুনাফায় ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ৮৮৪০ টাকা হয়, ঐ একই হার মুনাফায় কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান : মুনাফা-আসল = ৮৮৪০ টাকা, আসল = ৬৫০০ টাকা

∴ মুনাফা = (৮৮৪০ − ৬৫০০) টাকা = ২৩৪০ টাকা

আমরা জানি, $I = Prn$ বা, $r = \frac{I}{Pn}$

∴ মুনাফার হার $= \frac{২৩৪০}{৬৫০০ \times ৪}$

$= \frac{২৩৪০ \times ১০০}{৬৫০০ \times ৪}\%$

= ৯%

এখানে,
P = আসল = ৬৫০০ টাকা
I = মুনাফা = ২৩৪০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, $A = P(১ + nr)$

বা, $P = \frac{A}{১ + nr}$

∴ আসল $= \frac{১০২০০}{১ + ৪ \times ৯\%}$ টাকা

এখানে,
A = মুনাফা-আসল
= ১০২০০ টাকা
P = আসল = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ৯%
n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{১০২০০}{১ + ৪ \times \frac{৯}{১০০}}$ টাকা $= \frac{১০২০০}{১ + \frac{৯}{২৫}}$ টাকা

$= \frac{১০২০০}{\frac{৩৪}{২৫}}$ টাকা $= \frac{১০২০০ \times ২৫}{৩৪}$ টাকা

= ৭৫০০ টাকা। **(উত্তর)**

জেনে রাখ :

মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা

$A = P + I$

বা, $A = P + Prn$ $[\because I = Prn]$

বা, $A = P(1 + rn)$ $\therefore P = \frac{A}{1 + rn}$

প্রশ্ন ॥ ১১৬ ॥ রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ আসল $= \frac{৪৭৬০}{৮.৫\% \times ৪}$ টাকা

এখানে,
P = আসল = নির্ণেয়
I = মুনাফা = ৪৭৬০ টাকা
r = মুনাফার হার = ৮.৫%
n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{১০০} \times ৪}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{২৫}}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০ \times ২৫}{৮.৫}$ টাকা = ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। **(উত্তর)**

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৪ " " (৮.৫০ × ৪) টাকা = ৩৪ টাকা

মুনাফা ৩৪ টাকা হয় যখন আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " " $\frac{১০০}{৩৪}$ টাকা

$\therefore$ " ৪৭৬০ " " " " $\frac{১০০ \times ৪৭৬০}{৩৪}$ টাকা

= ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। **(উত্তর)**

এখানে দু'ধরনের সমাধান দেওয়া হলো।

তোমার যে নিয়মটা ভালো লাগে, ভালো বুঝতে পার সেটাই করতে পার।

প্রশ্ন ॥ ১১৭ ॥ শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা–মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা–মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা– মূলধন = ২P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা, I = ২P – P = P

আমরা জানি, মুনাফার হার $= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{মূলধন} \times \text{সময়}} = \frac{I}{P \times ৬} = \frac{P}{P \times ৬} = \frac{১}{৬}$

এখন, কোনো মূলধন $\frac{১}{৬}$ মুনাফার হারে ৪ বছরে মুনাফা–মূলধন ২০৫০ টাকা হয়

আবার, মনে করি, মূলধন = $P_১$

$\therefore$ মুনাফা = মূলধন × মুনাফার হার × সময়

$= P_১ \times \frac{১}{৬} \times ৪ = \frac{২P_১}{৩}$

প্রশ্নমতে, $P_১ + \frac{২P_১}{৩} = ২০৫০$

বা, $\frac{৫P_১}{৩} = ২০৫০$ বা, $৫P_১ = ২০৫০ \times ৩$

বা, $P_১ = \frac{২০৫০ \times ৩}{৫}$ $\therefore$ $P_১ = ১২৩০$

$\therefore$ ১২৩০ টাকা ৪ বছরে মুনাফা–মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৮ ॥ বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, I = Prn

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$= \left(৫০০ \times \frac{৬}{১০০} \times ৪\right)$ টাকা

= ১২০ টাকা

এখানে,
P = আসল = ৫০০ টাকা
r = মুনাফার হার = ৬% = $\frac{৬}{১০০}$

n = সময় = ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, I = Prn

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ আসল = $\frac{১২০}{৫\% \times \frac{৫}{২}}$ টাকা = $\frac{১২০}{\frac{৫}{১০০} \times \frac{৫}{২}}$ টাকা

= (১২০ × ৮) টাকা

= ৯৬০ টাকা

এখানে,
P = আসল = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ৫%
n = সময় = ২ বছর ৬মাস
$= ২\frac{১}{২}$ বছর = $\frac{৫}{২}$ বছর
I = মুনাফা = ১২০ টাকা

$\therefore$ আসল ৯৬০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৯ ॥ বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান : বার্ষিক মুনাফা বাড়ল = ১০% − ৮% = ২%

আমরা জানি, I = Prn

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ মূলধন = $\frac{১২৮}{২\% \times ৪}$ টাকা

এখানে,
P = মূলধন = নির্ণেয়
I = মুনাফা = ১২৮ টাকা
r = মুনাফার হার = ২%
n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{১২৮}{\frac{২}{১০০} \times ৪}$ টাকা = $\frac{১২৮}{\frac{২}{২৫}}$ টাকা = $\frac{১২৮ \times ২৫}{২}$ টাকা = ১৬০০ টাকা

$\therefore$ তার মূলধন ১৬০০ টাকা ছিল। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২০ ॥ কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ১৮৩০ টাকা

আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা

(বিয়োগ করে) ২ বছরের মুনাফা = ২৫২ টাকা

$\therefore$ ৩ ” ” = $\frac{২৫২ \times ৩}{২}$ টাকা

= ৩৭৮ টাকা

আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা

৩ বছরের মুনাফা = ৩৭৮ টাকা

(বিয়োগ করে) আসল = ১২০০ টাকা

নির্ণেয় আসল ১২০০ টাকা।

আবার, আমরা জানি, I = Prn বা, $r = \frac{I}{Pn}$

$\therefore$ মুনাফার হার = $\frac{৩৭৮}{১২০০ \times ৩}$

= $\frac{৩৭৮ \times ১০০}{১২০০ \times ৩}$ %

= $\frac{২১}{২}$ % = ১০.৫%

এখানে,
I = মুনাফা = ৩৭৮ টাকা
P = আসল = ১২০০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৩ বছর

$\therefore$ আসল ১২০০ টাকা এবং বার্ষিক মুনাফার হার ১০.৫%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২১ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

সমাধান : প্রথম ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, I = Prn

$\therefore$ মুনাফা = $\left(৩০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ১\right)$ টাকা

এখানে,
P = মূলধন = ৩০০০ টাকা

= ৩০০ টাকা

r = মুনাফার হার = ১০% = $\frac{১}{১০০}$

n = সময় = ১ বছর

I = মুনাফা = নির্ণেয়

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, I = Prn

∴ মুনাফা = $\left(২০০০ \times \frac{৮}{১০০} \times ১\right)$ টাকা

= ১৬০ টাকা

∴ মোট মুনাফা = (৩০০ + ১৬০) টাকা

= ৪৬০ টাকা

এখানে,

P = আসল মূলধন = ২০০০ টাকা

r = মুনাফার হার = ৮% = $\frac{৮}{১০০}$

n = সময় = ১ বছর

I = মুনাফা = নির্ণেয়

∴ মোট মূলধন = (৩০০০ + ২০০০) টাকা = ৫০০০ টাকা

আবার, আমরা জানি, I = Prn

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

∴ মুনাফার হার = $\frac{৪৬০}{৫০০০ \times ১} = \frac{৪৬০ \times ১০০}{৫০০০ \times ১}\% = \frac{৪৬}{৫}\% = ৯.২\%$

∴ গড় মুনাফার হার ৯.২%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২২ ॥ রড্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংকে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : ৩ বছরের জন্য

মুনাফা I = Prn

= ১০০০০ × r × ৩

= ৩০০০০ r টাকা

এখানে,

P = আসল = ১০০০০ টাকা

n = সময় = ৩ বছর

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

আবার, ৪ বছরের জন্য,

মুনাফা I = Prn

= ১৫০০০ × r × ৪

= ৬০০০০ r টাকা

এখানে,

P = আসল = ১৫০০০ টাকা

n = সময় = ৪ বছর

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

∴ ৩ বছরের মুনাফা + ৪ বছরের মুনাফা = মোট মুনাফা

বা, ৩০০০০ r + ৬০০০০ r = ৯৯০০

বা, ৯০০০০ r = ৯৯০০

বা, $r = \frac{৯৯০০}{৯০০০০} \times ১০০\%$

∴ r = ১১%

∴ মুনাফার হার ১১%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৩ ॥ একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা-আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ = (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

মুনাফা-আসল = ২০০ টাকা

∴ মুনাফা = (২০০ − ১০০) = ১০০ টাকা

প্রশ্নমতে, ১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

∴ মুনাফা-আসলে তিনগুণ = (১০০ × ৩) টাকা = ৩০০ টাকা

∴ মুনাফা = মুনাফা-আসল − আসল

= (৩০০ − ১০০) টাকা = ২০০ টাকা

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

∴ ১ ” ” ” $\frac{৬}{১০০}$ বছরে

∴ ২০০ ” ” ” $\frac{৬ \times ২০০}{১০০}$ বছরে = ১২ বছরে

∴ সময় ১২ বছর। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১২৪ ॥ কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা-আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $n = \frac{I}{Pr}$

∴ সময় $= \frac{\frac{২P}{৫}}{P \times \frac{৮}{১০০}}$ বছর

$= \frac{২P \times ১০০}{৫ \times ৮P}$ বছর $= ৫$ বছর

এখানে,
P = আসল
I = মুনাফা
$= P$ এর $\frac{২}{৫}$ অংশ
$= \frac{২P}{৫}$
r = মুনাফার হার $= ৮\% = \frac{৮}{১০০}$
n = সময় = নির্ণেয়

∴ সময় ৫ বছর। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১২৫॥ জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক ৫ বছর মেয়াদি পেনশনার সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম ৩ মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

∴ মুনাফা $= \left(১০০০০০০ \times ১২\% \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

$= \left(১০০০০০০ \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

$= ৩০০০০$ টাকা

∴ মুনাফা ৩০,০০০ টাকা। (উত্তর)

এখানে,
P = আসল = ১০,০০০০০ টাকা
I = মুনাফা = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ১২%
n = সময় = ৩ মাস = $\frac{৩}{১২}$ বছর

প্রশ্ন ॥ ১২৬ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$

এখানে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৮০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১০\%$ এবং সময় $n = ৩$ বছর

∴ $C = \left\{৮০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \left(১ + \frac{১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}\right\}$ টাকা

$= ১০৬৪৮$ টাকা। (উত্তর)

প্রশ্ন ॥ ১২৭ ॥ বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মূলধন, $P = ৫০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময়, $n = ৩$ বছর

∴ সরল মুনাফা, $I = Prn = (৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩)$ টাকা

$= ১৫০০$ টাকা

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$

$= \left\{৫০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩\right\}$ টাকা

অধ্যায়ভিত্তিক সমাধান • পার্ট - ২

চাকরির পরীক্ষার জন্য বাছাই করা ৮ম ও ৯ম শ্রেণির বই থেকে গুরুত্বপূর্ণ গণিত সমাধান

সরকারি চাকরি ও বিসিএস পরীক্ষার জন্য মৌলিক গণিতের ভিত্তি মজবুত করতে পাঠ্যবই থেকে বাছাই করা মোট ১৬৩টি প্রশ্নের পূর্ণাঙ্গ ও সহজ সমাধান।

📚 অন্তর্ভুক্ত মূল বিষয়বস্তু:

- ✓ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি, মান নির্ণয় ও সম্প্রসারণ (প্রশ্ন ১ হতে ৫২)
- ✓ উৎপাদকে বিশ্লেষণ ও ল.সা.গু - গ.সা.গু সমাধান
- ✓ লাভ-ক্ষতি, সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় (প্রশ্ন ৫৩ হতে ১০০)
- ✓ পরিমাপ, চৌবাচ্চা ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা (প্রশ্ন ১০১ হতে ১৬৩)

আজকের প্রস্তুতি • www.ajkerbongo.com

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $a - b = 4$ এবং $ab = 60$ হলে, $a + b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 4$ এবং $ab = 60$

আমরা জানি, $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$= (4)^2 + 4 \times 60$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 240 = 256$

$\therefore a + b = \pm\sqrt{256} = \pm 16$

নির্ণেয় মান ± 16

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 7$ এবং $ab = 12$

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= (7)^2 - 4 \times 12$ [মান বসিয়ে]

$= 49 - 48$

$= 1$

$\therefore a - b = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

নির্ণেয় মান ± 1

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= (9m)^2 - 4 \times 18m^2$ [মান বসিয়ে]

$= 81m^2 - 72m^2 = 9m^2$

$\therefore a - b = \pm\sqrt{9m^2} = \pm 3m$

নির্ণেয় মান $\pm 3m$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $x - y = 2$ এবং $xy = 63$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - y = 2$ এবং $xy = 63$

আমরা জানি, $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

$= (2)^2 + 2 \times 63$ [মান বসিয়ে]

$= 4 + 126 = 130$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে,প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2$

$= 322 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বামপক্ষ $= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}$

$= (2)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= 4 - 2 = 2$

ডানপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2.\frac{1}{a^2} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4-2)^2 - 2$

$= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$\because a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $8ab(a^2 + b^2) = 24$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$

বামপক্ষ $= 8ab(a^2 + b^2)$

$= 4ab \times 2(a^2 + b^2) = 4ab\,(2a^2 + 2b^2)$

$= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$

$= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\}\{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$ [মান বসিয়ে]

$= (7 - 5)(7 + 5)$

$= 2 \times 12 = 24$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $8ab(a^2 + b^2) = 24$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$

আমরা জানি, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

বা, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (9)^2 - 2 \times 31$ [মান বসিয়ে]

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 62$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 19$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$ হলে, $(a + b + c)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$

আমরা জানি, $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$= 9 + 2 \times 8$ [মান বসিয়ে]

$= 9 + 16 = 25$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$ হলে, $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$

প্রদত্ত রাশি $= 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$

$= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \times 3x \times (-4y) +$
$2 \times (-4y) \times 2z + 2 \times 2z \times 3x$

$= (3x - 4y + 2z)^2$

$= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2$ [মান বসিয়ে]

$= (9 - 16 + 10)^2 = (19 - 16)^2 = (3)^2 = 9$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ প্রমাণ কর যে, $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

সমাধান : বামপক্ষ $= \left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2$

$= \left(\frac{x^2+2xy+y^2}{4} - \frac{x^2-2xy+y^2}{4}\right)^2$

$= \left(\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{4}\right)^2$

$= \left(\frac{4xy}{4}\right)^2 = x^2y^2$

ডানপক্ষ $= \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

$= \frac{(x^2)^2 + 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4} - \frac{(x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4}$

$= \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4}{4}$

$= \frac{4x^2y^2}{4} = x^2y^2$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $x^2 + 10x + 24$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= x^2 + 10x + 24$

$= x^2 + 10x + 25 - 1$

$= (x)^2 + 2 \times x \times 5 + (5)^2 - (1)^2$

$= 64 - 12 = 52 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৩৩ ॥ $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 5$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (5)^3 + 3 \times 5$ [মান বসিয়ে]

$= 125 + 15 = 140$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৪ ॥ $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে, $a^3 - b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$= (5)^3 + 3.36.5$ [মান বসিয়ে]

$= 125 + 540 = 665$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৫ ॥ যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$

আমরা জানি, $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

বা, $3ab(a - b) = (a^3 - b^3) - (a - b)^3$

বা, $3ab \cdot 3 = 513 - (3)^3$ [মান বসিয়ে]

বা, $9ab = 513 - 27$

বা, $9ab = 486$

বা, $ab = \frac{486}{9}$ $\therefore ab = 54$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৬ ॥ $x = 19$ এবং $y = -12$ হলে, $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 19$ এবং $y = -12$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.2x.(3y)^2 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)^3$

$= \{2 \times 19 + 3 \times (-12)\}^3$ [x ও y-এর মান বসিয়ে]

$= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৭ ॥ যদি $a = 15$ হয়, তবে $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 15$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি$= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$

$= (2a)^3 + 3.(2a)^2.5 + 3.2a.(5)^2 + (5)^3 + 5$

$= (2a + 5)^3 + 5$

$= (2 \times 15 + 5)^3 + 5$

$= (30 + 5)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৮ ॥ $a = 7$ এবং $b = -5$ হলে, $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$ এবং $b = -5$

ধরি, $3a - 5b = x$ এবং $4b - 2a = y$

$x + y = (3a - 5b) + (4b - 2a)$

$= 3a - 5b + 4b - 2a = a - b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy$

$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y = (x + y)^3$

$= (3a - 5b + 4b - 2a)^3$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (a - b)^3$

$= (5)^3 + 3 \times 3 \times 5$

[(p – q) ও pq এর মান বসিয়ে]

$= 125 + 45 = 170$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 8y^3 - 18xy$

$= x^3 - (2y)^3 - 18xy$

$= (x - 2y)^3 + 3 \times x \times 2y(x - 2y) - 18xy$

$= (3)^3 + 6xy \times 3 - 18xy$

[x – 2y এর মান বসিয়ে]

$= 27 + 18xy - 18xy$

$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ $4x - 3 = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান : দেওয়া আছে, $4x - 3 = 5$

বামপক্ষ $= 64x^3 - 27 - 180x$

$= (4x)^3 - (3)^3 - 180x$

$= (4x - 3)^3 + 3 \times 4x \times 3(4x - 3) - 180x$

$= (5)^3 + 36x \times 5 - 180x$ [4x – 3 এর মান বসিয়ে]

$= 125 + 180x - 180x = 125 =$ ডানপক্ষ

$\therefore 64x^3 - 27 - 180x = 125$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২৮ ॥ $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = -3$ ও $b = 2$

প্রদত্ত রাশি $= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$

$= (2a)^3 + 3 \times (2a)^2 \times 3b + 3 \times (2a) \times (3b)^2 + (3b)^3$

$= (2a + 3b)^3$

$= \{2.(-3) + 3.2\}^3$ [মান বসিয়ে]

$= (-6 + 6)^3 = (0)^3 = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৯ ॥ $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 6a^2 + 12a + 1$

$= a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 4 + 8 - 7$

$= (a)^3 + 3 \times (a)^2 \times 2 + 3 \times a \times (2)^2 + (2)^3 - 7$

$= (a + 2)^3 - 7 = (7 + 2)^3 - 7$ [a এর মান বসিয়ে]

$= (9)^3 - 7 = 729 - 7 = 722$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩০ ॥ $x = 5$ হলে, $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 5$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

$= x^3 - 3.x^2.4 + 3.x.16 - (4)^3$

$= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3$

$= (x - 4)^3 = (5 - 4)^3$ [x এর মান বসিয়ে]

$= (1)^3 = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩১ ॥ $a^2 + b^2 = c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপক্ষ $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2 + b^2)^3 - 3 \times a^2 \times b^2 (a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$

$= (c^2)^3 - 3a^2b^2 \times c^2 + 3a^2b^2c^2$

[$(a^2 + b^2)$ এর মান বসিয়ে]

$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2 = c^6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৩২ ॥ $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ $= x^3 + \frac{1}{x^3} = (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (4)^3 - 3.1.4$ [মান বসিয়ে]

$\therefore\ a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$ $[\because a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab]$

বামপক্ষ $= x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (4)^2 + 2$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 2 = 18 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4} = (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2$

$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (4-2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x-y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 12$ এবং $xy = 27$

এখন, $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

$= (12)^2 - 4.27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 108 = 36$ **(Ans.**

আবার, $x^2 + y^2 = (x-y)^2 - 2xy = (12)^2 - 2.27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 54 = 90$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $ab = 15$

$\therefore\ a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8$ [$(a+b)$ ও ab এর মান বসিয়ে]

$= 512 - 360 = 152$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $x + y = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 2$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + 6xy$

$= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 6xy$

$= (2)^3 - 3xy \times 2 + 6xy$ [$(x+y)$ এর মান বসিয়ে]

$= (2)^3 - 6xy + 6xy = 8 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ x^3 + y^3 + 6xy = 8$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$

প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 27y^3$

$= (2x)^3 + (3y)^3$

$= (2x+3y)^3 - 3.2x.3y(2x+3y)$

$= (2x+3y)^3 - 18xy(2x+3y)$

$= (13)^3 - 18.6.13$

[$(2x+3y)$ ও xy এর মান বসিয়ে]

$= 2197 - 1404 = 793$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ $p - q = 5$, $pq = 3$ হলে, $p^3 - q^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = 5$ এবং $pq = 3$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 - q^3$

$= (p-q)^3 + 3pq(p-q)$

$= (x + 5)^2 - 1^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ a = 4, b = 6 এবং c = 3 হলে, $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, a = 4, b = 6 এবং c = 3

প্রদত্ত রাশি $= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$

$= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2$

$= (2ab - 4bc)^2$

$= \{(2 \times 4 \times 6) - (4 \times 6 \times 3)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$= (48 - 72)^2 = (-24)^2 = 576$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 + \frac{1}{x^2} = (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 . x . \frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$

প্রদত্ত রাশি $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 . a^2 . \frac{1}{a^2}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \left\{(a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 . a . \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \{(4)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (16 - 2)^2 - 2$

$= (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ m = 6, n = 7 হলে, $16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, m = 6, n = 7

ধরি, $m^2 + n^2 = x$ এবং $3m^2 - 2n^2 = y$

প্রদত্ত রাশি $= 16x^2 + 56xy + 49y^2$

$= (4x)^2 + 2 . 4x . 7y + (7y)^2$

$= (4x + 7y)^2$

$= \{4(m^2 + n^2) + 7(3m^2 - 2n^2)\}^2$

[x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2)^2$

$= (25m^2 - 10n^2)^2$

$= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2\}^2$ [মান বসিয়ে]

$= \{(25 \times 36) - (10 \times 49)\}^2$

$= (900 - 490)^2 = (410)^2 = 168100$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = m$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$ [$\because a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$]

$= \left\{(a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 . a . \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (m^2 + 2)^2 - 2$

$= (m^2)^2 + 2.m^2.2 + (2)^2 - 2$

$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2 = m^4 + 4m^2 + 2 =$ ডানপক্ষ

$= \{7 - (-5)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (7 + 5)^3 = (12)^3 = 1728$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৯ ॥ যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$

বামপক্ষ $= m^3 + 2p^3$

$= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3)$ [মান বসিয়ে]

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3$

$= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3$

$= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

$= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\}$

$= 3(a + b)(a^2 + b^2)$

$= 3mn$ [মান বসিয়ে] = ডানপক্ষ

$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪০ ॥ যদি $x + y = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 1$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 - xy$

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy$

$= 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) - xy$ [মান বসিয়ে]

$= x^2 - xy + y^2 - xy$

$= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ = ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪১ ॥ $m + \frac{1}{m} = a$ হলে, $m^3 + \frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = a$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= m^3 + \frac{1}{m^3}$

$= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3.m.\frac{1}{m}\left(m + \frac{1}{m}\right)$

$= (a)^3 - 3.1.a$ [মান বসিয়ে]

$= a^3 - 3a$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪২ ॥ $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (p)^3 + 3.1.p$ [মান বসিয়ে]

$= p^3 + 3p$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৩ ॥ যদি $a - \frac{1}{a} = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 1$

বামপক্ষ $= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

সমাধান : $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3$

$= \{(a^2 + b^2) + 2ab\}\{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2).2ab + (2ab)^2\}$

$= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\}$

$= (a + b)^2(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2)$

$= (a + b)^2(a^4 - 2a^3b + 6a^2b^2 - 2ab^3 + b^4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৬ ॥ $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান : $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$= (a)^3 - 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 - (2)^3 - 1$

$= (a - 2)^3 - 1 = (a - 2)^3 - (1)^3$

$= \{(a - 2) - 1\}\{(a - 2)^2 + (a - 2).1 + (1)^2\}$

$= (a - 2 - 1)(a^2 - 2.a.2 + 2^2 + a - 2 + 1)$

$= (a - 3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1)$

$= (a - 3)(a^2 - 3a + 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৭ ॥ $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

সমাধান : $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.(1)^2 + (1)^3 - 1 - 63$

$= (2x + 1)^3 - 64 = (2x + 1)^3 - (4)^3$

$= \{(2x + 1) - 4\}\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \times 4 + (4)^2\}$

$= (2x + 1 - 4)\{(2x)^2 + 2.2x.1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16)\}$

$= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 20)$

$= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৮ ॥ $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

সমাধান : $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a.\frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\}$

$= \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$

$= \frac{1}{3}(6a + b) \times \frac{1}{9}(36a^2 - 6ab + b^2)$

$= \frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৯ ॥ $a^3 - \frac{1}{8}$

সমাধান : $a^3 - \frac{1}{8} = a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{(a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$

$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}(2a - 1) \cdot \frac{1}{4}(4a^2 + 2a + 1)$

$= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭০ ॥ $(x + 5)(x - 9) - 15$

সমাধান : $(x + 5)(x - 9) - 15$

সমাধান : $x^2 + 13x + 36$

$= x^2 + 4x + 9x + 36$

$= x(x + 4) + 9(x + 4) = (x + 4)(x + 9)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৬ ॥ $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান : $x^4 + x^2 - 20$

$= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 = x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$

$= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$

$= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2)$

$= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৭ ॥ $a^2 - 30a + 216$

সমাধান : $a^2 - 30a + 216$

$= a^2 - 18a - 12a + 216$

$= a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৮ ॥ $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

সমাধান : $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 = x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$

$= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৯ ॥ $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান : $a^8 - a^4 - 2$

$= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$

$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬০ ॥ $a^2b^2 - 8ab - 105$

সমাধান : $a^2b^2 - 8ab - 105$

$= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$

$= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$

$= (ab - 15)(ab + 7) = (ab + 7)(ab - 15)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬১ ॥ $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান : $4x^4 - 25x^2 + 36$

$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$

$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$

$= (x^2 - 2^2)\{(2x)^2 - 3^2\} = (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬২ ॥ $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান : $4x^4 - 27x^2 - 81$

$= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 = 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$

$= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$

$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৩ ॥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৪ ॥ $24x^4 - 3x$

সমাধান : $24x^4 - 3x$

$= 3x(8x^3 - 1) = 3x\{(2x)^3 - 1\}$

$= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x.1 + (1)^2\}$

$= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬৫ ॥ $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

প্রশ্ন ॥ ৪৭ ॥ $a^2 + ab + ac + bc$

সমাধান : $a^2 + ab + ac + bc$

$= a(a + b) + c(a + b) = (a + b)(a + c)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৮ ॥ $ab + a - b - 1$

সমাধান : $ab + a - b - 1$

$= a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)(a - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৯ ॥ $ab(x - y) - bc(x - y)$

সমাধান : $ab(x - y) - bc(x - y)$

$= (x - y)(ab - bc) = (x - y)\{b(a - c)\}$

$= b(x - y)(a - c)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫০ ॥ $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান : $9x^2 + 24x + 16$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 = (3x + 4)^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫১ ॥ $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান : $a^4 - 27a^2 + 1$

$= (a^2)^2 - 2.a^2.1 + (1)^2 - 25a^2$

$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$

$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$

$= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫২ ॥ $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান : $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$

$= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$

$= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৩ ॥ $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

সমাধান : $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

$= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4)$

$= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4)$

$= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\}$

$= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2)$

$= 9\{(x^2)^2 - (2a)^2\}(x + a)(x - a)$

$= 9(x + 2a)(x - 2a)(x + a)(x - a)$

$= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৪ ॥ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান : $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$

$= a^2 + 6a + 9 - (1 - 2y + y^2)$

$= (a)^2 + 2.a.3 + (3)^2 - (1^2 - 2.1.y + y^2)$

$= (a + 3)^2 - (1 - y)^2$

$= (a + 3 + 1 - y)(a + 3 - 1 + y)$

$= (a - y + 4)(a + y + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫৫ ॥ $x^2 + 13x + 36$

$= (1)^3 + 3.1.1$ [মান বসিয়ে]

$= 1 + 3 = 4 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৪ ॥ $p - q = r$ হলে, দেখাও যে, $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = r$

বামপক্ষ $= p^3 - q^3 - r^3$

$= (p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3$

$= (r)^3 + 3pq.(r) - r^3$

$= r^3 + 3pqr - r^3$ [মান বসিয়ে]

$= 3pqr =$ ডানপক্ষ

$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৫ ॥ $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

বামপক্ষ $= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8x^3 - \frac{8}{x^3}$

$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$

$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x - \frac{2}{x}\right)$

$= (3)^3 + 12.3$ [মান বসিয়ে]

$= 27 + 36 = 63 =$ ডানপক্ষ

$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৪৬ ॥ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$

[হর ও লবকে $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (2\sqrt{5})^3 + 3.1.\ 2\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮১ ॥ $x^2 + 14x + 40$

সমাধান : $x^2 + 14x + 40$
$= x^2 + 10x + 4x + 40$
$= x(x + 10) + 4(x + 10)$
$= (x + 4)(x + 10)$ **(Ans.)**

এখানে,
1×40
$4 \times 10 = 40$
এবং $10 + 4 = 14$

প্রশ্ন ॥ ৮২ ॥ $x^2 + 7x - 120$

সমাধান : $x^2 + 7x - 120$
$= x^2 + 15x - 8x - 120$
$= x(x + 15) - 8(x + 15)$
$= (x + 15)(x - 8)$ **(Ans.)**

এখানে,
$-1 \times 120 = -120$
$15 \times (-8) = -120$
এবং $15 + (-8) = 7$

প্রশ্ন ॥ ৮৩ ॥ $x^2 - 51x + 650$

সমাধান : $x^2 - 51x + 650$
$= x^2 - 26x - 25x + 650$
$= x(x - 26) - 25(x - 26)$
$= (x - 26)(x - 25)$
(Ans.)

এখানে,
$(-1) \times (-650) = 650$
$(-26) \times (-25) = 650$
এবং $(-26) + (-25) = -51$

প্রশ্ন ॥ ৮৪ ॥ $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান : $a^2 + 7ab + 12b^2$
$= a^2 + 4ab + 3ab + 12b^2$
$= a(a + 4b) + 3b(a + 4b)$
$= (a + 3b)(a + 4b)$
(Ans.)

এখানে, $1 \times 12 = 12$
$3 \times 4 = 12$
এবং $4 + 3 = 7$

প্রশ্ন ॥ ৮৫ ॥ $6x^2 - x - 15$

সমাধান : $6x^2 - x - 15$
$= 6x^2 - 10x + 9x - 15$
$= 2x(3x - 5) + 3(3x - 5)$
$= (2x + 3)(3x - 5)$ **(Ans.)**

এখানে,
$6 \times (-15) = -90$
$9 \times (-10) = -90$
এবং $9 + (-10) = -1$

প্রশ্ন ॥ ৮৬ ॥ $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান : $3x^2 + 11x - 4$
$= 3x^2 + 12x - x - 4$
$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$
$= (x + 4)(3x - 1)$ **(Ans.)**

এখানে,
$3 \times (-4) = -12$
$12 \times (-1) = -12$
এবং $12 + (-1) = 11$

প্রশ্ন ॥ ৮৭ ॥ $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান : $3x^2 - 16x - 12$
$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$
$= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$
$= (3x + 2)(x - 6)$ **(Ans.)**

এখানে,
$3 \times (-12) = -36$
$(-18) \times 2 = -36$
এবং $(-18) + 2 = -16$

প্রশ্ন ॥ ৮৮ ॥ $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান : $2x^2 - 9x - 35$
$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$
$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$
$= (x - 7)(2x + 5)$

এখানে,
$2 \times (-35) = -70$
$(-14) \times 5 = -70$
এবং $(-14) + 5 = -9$

প্রশ্ন ॥ ৮৯ ॥ $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : $2x^2 - 5xy + 2y^2$
$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$
$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$
$= (x - 2y)(2x - y)$ **(Ans.)**

এখানে,
$2 \times 2 = 4$
$(-4) \times (-1) = 4$

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $p = \frac{q}{12}$

এখন, p এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$$q = 48 \times \frac{q}{12} - 48 \times 15$$

বা, $q = 4q - 48 \times 15$

বা, $4q - q = 48 \times 15$

বা, $3q = 48.15 \therefore q = \frac{48 \times 15}{3} = 240$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে। **(Ans.)**

লাভ ক্ষতি ও মুনাফা

প্রশ্ন ॥ ৯৮ ॥ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য C টাকা

10% লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য = C + C এর 10%

$$= \left(C + C \times \frac{10}{100}\right) \text{টাকা}$$

$$= C\left(1 + \frac{10}{100}\right) \text{টাকা}$$

$$= C\left(1 + \frac{1}{10}\right) \text{টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে, $C\left(1 + \frac{1}{10}\right) = 11$

বা, $C\left(\frac{10+1}{10}\right) = 11$

বা, $C\left(\frac{11}{10}\right) = 11$

বা, $C = \frac{11 \times 10}{11} \therefore C = 10$

অর্থাৎ, কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৯ ॥ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য x টাকা

তাহলে, খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করায় ক্ষতি হলো $(x - 36)$ টাকা

এবং 72 টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হলো $(72 - x)$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $72 - x = 2.(x - 36)$

বা, $72 - x = 2x - 72$

বা, $2x - 72 = 72 - x$

বা, $2x + x = 72 + 72$

বা, $3x = 144$

বা, $x = \frac{144}{3} \therefore x = 48$

সুতরাং, খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০০ ॥ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক অংশ x টাকা, খ অংশ y টাকা এবং গ অংশ z টাকা

প্রশ্নানুসারে, $2x = 3y = 4z$

এখানে, $2x = 3y$

বা, $y = \frac{2}{3}x$

| এবং $(-4) + (-1) = -5$

প্রশ্ন ॥ ৯০ ॥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯১ ॥ $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$

$= -1 + 2 + 5 - 6 = 7 - 7 = 0$

$\therefore x - (-1)$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$

$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$

$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$

$= (x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6)$

$= (x + 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$

$= (x + 1)(x + 3)(x - 2)$

$= (x - 2)(x + 1)(x + 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯২ ॥ $3x^2 - 7x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

$\therefore f(3) = 3.(3)^2 - 7.(3) - 6$

$= 3 \times 9 - 21 - 6 = 27 - 27 = 0$

$\therefore (x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $3x^2 - 7x - 6 = 3x^2 - 9x + 2x - 6$

$= 3x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(3x + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৩॥ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন

$\therefore$ মাথাপিছু ভাড়া হবে $\frac{5700}{x}$ টাকা

আবার, 5 জন যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রীর সংখ্যা হতো $(x + 5)$ জন

$\therefore$ এক্ষেত্রে মাথাপিছু ভাড়া হতো $\frac{5700}{x + 5}$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $\frac{5700}{x} - \frac{5700}{x + 5} = 3$

বা, $5700\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 5}\right) = 3$

বা, $\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 5} = \frac{3}{5700}$

বা, $\frac{x + 5 - x}{x(x + 5)} = \frac{1}{1900}$

বা, $\frac{5}{x(x + 5)} = \frac{1}{1900}$

বা, $x(x + 5) = 5 \times 1900$

বা, $x^2 + 5x = 9500$

বা, $x^2 + 5x - 9500 = 0$

বা, $x^2 + 100x - 95x - 9500 = 0$

বা, $x(x + 100) - 95(x + 100) = 0$

বা, $(x + 100)(x - 95) = 0$

হয়, $x + 100 = 0$ অথবা, $x - 95 = 0$

$\therefore x = -100$ $\therefore x = 95$

যেহেতু x যাত্রীসংখ্যা নির্দেশ করে তাই x কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x = 95$

অর্থাৎ, বাসে 95 জন যাত্রী গিয়েছিল।

প্রশ্ন ॥ ৯৪ ॥ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায় u কি.মি.।

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

প্রশ্নানুসারে, $u + v = \frac{d}{q}$ ..... (i)

$\left[\text{যেহেতু, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}\right]$

এবং $u - v = \frac{d}{p}$ ..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2u = \frac{d}{p} + \frac{d}{q} = d\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

$$\therefore u = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2v = d\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$$

$$\therefore v = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$$

সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$ কি.মি.

এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$ কি.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৫ ॥ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় u কি.মি এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি.

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

$\therefore$ ১ম শর্তানুসারে, $\frac{15}{u + v} + \frac{15}{u - v} = 4$ ..... (i)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$ ..... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$$

বা, $5(u - v) = 3(u + v)$

বা, $5u - 5v = 3u + 3v$

বা, $5u - 3u = 5v + 3v$

বা, $2u = 8v$

$= x^2 + (5 - 9)x + 5.(-9) - 15$

$= x^2 - 4x - 45 - 15 = x^2 - 4x - 60$

$= x^2 - 10x + 6x - 60 = x(x - 10) + 6(x - 10)$

$= (x - 10)(x + 6) = (x + 6)(x - 10)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭১ ॥ $a^3 + 8$

সমাধান : $a^3 + 8 = (a)^3 + (2)^3$

$= (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭২ ॥ $8x^3 + 343$

সমাধান : $8x^3 + 343$

$= (2x)^3 + (7)^3$

$= (2x + 7)\{(2x)^2 - 2x.7 + 7^2\}$

$= (2x + 7)(4x^2 - 14x + 49)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৩ ॥ $8a^4 + 27ab^3$

সমাধান : $8a^4 + 27ab^3 = a(8a^3 + 27b^3) = a\{(2a)^3 + (3b)^3\}$

$= a(2a + 3b)\{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\}$

$= a(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৪ ॥ $8x^3 + 1$

সমাধান : $8x^3 + 1 = (2x)^3 + (1)^3$

$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x.1 + (1)^2\}$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৫ ॥ $64a^3 - 125b^3$

সমাধান : $64a^3 - 125b^3 = (4a)^3 - (5b)^3$

$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$

$= (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৬ ॥ $56x^3 - 189y^3$

সমাধান : $56x^3 - 189y^3 = 7(8x^3 - 27y^3)$

$= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\}$

$= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x.3y + (3y)^2\}$

$= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৭ ॥ $3x - 75x^3$

সমাধান : $3x - 75x^3$

$= 3x(1 - 25x^2)$

$= 3x\{(1)^2 - (5x)^2\} = 3x(1 + 5x)(1 - 5x)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৮ ॥ $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান : $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

$= (a - b)^2 - p^2 = (a - b + p)(a - b - p)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭৯ ॥ $8a + ap^3$

সমাধান : $8a + ap^3 = a(8 + p^3) \quad = a\{(2)^3 + (p)^3\}$

$= a(2 + p)(2^2 - 2 \times p + p^2)$

$= a(2 + p)(4 - 2p + p^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮০ ॥ $x^6 - y^6$

সমাধান : $x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3$

$= (x^2 - y^2)\{(x^2)^2 + x^2y^2 + (y^2)^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$

$= (x + y)(x - y)(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ **(Ans.)**

বা, $115r - 90r = 30 - 23$

বা, $25r = 7$

$\therefore r = \frac{7}{25}$

$\therefore$ মুনাফার হার $= \frac{7}{25} \times 100\% = 28\%$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৫ ॥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সবৃদ্ধিমূল 985 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, মূলধন = P টাকা

$n = 13$ বছর

$s = 5$ টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে, $S = 985$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $985 = P\left(1 + 13 . \frac{5}{100}\right)$

বা, $985 = P\left(1 + \frac{13}{20}\right)$

বা, $985 = P \times \frac{33}{20}$

বা, $P = \frac{985 \times 20}{33}$ $\therefore P = 596{\cdot}97$ (প্রায়)

নির্ণেয় মূলধন 596·97 টাকা (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩৮ ॥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সবৃদ্ধিমূল 1248 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, P = মূলধন

$n = 12$ বছর

$s = 5$ টাকা

$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে, $S = 1248$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $1248 = P\left(1 + 12 \times \frac{5}{100}\right)$

বা, $1248 = P\left(1 + \frac{3}{5}\right)$

বা, $1248 = P . \frac{8}{5}$

বা, $P = \frac{1248 \times 5}{8}$ $\therefore P = 780$

অর্থাৎ, মূলধন 780 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৬ ॥ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $P = 8000$ টাকা

$n = 3$ বছর

$r = 5\% = \frac{5}{100}$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

$= \cancel{400}\,8000 \times 3 \times \frac{\cancel{1}\,5}{\cancel{100}_{\cancel{20}_1}}$ টাকা

$= 2000r$

প্রশ্নানুসারে, $1200r + 2000r = 148$ $[\because I_1 + I_2 = 148]$

বা, $(1200 + 2000)r = 148$

বা, $3200r = 148$

বা, $r = \frac{148}{3200}$

বা, $r = \frac{148 \times 100}{3200}\% \therefore r = 4\frac{5}{8}\%$ বা, 4.625%

সুতরাং মুনাফার হার 4.625% **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৩ ॥ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, মূলধন $= P$ টাকা

এখানে, $n = 2$ বছর

$r = 4\%$

আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে $I = Pnr = P \times 2 \times 4\%$

$= P \times 2 \times \frac{4}{100}$ টাকা $= \frac{2P}{25}$ টাকা

চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল C হলে, $C = P(1 + r)^2$

$= P\left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = P\left(1 + \frac{1}{25}\right)^2$

$= P\left(\frac{26}{25}\right)^2 = P.\frac{26}{25}\cdot\frac{26}{25} = \frac{676}{625}P$

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধিমূল − মূলধন

$= C - P = \frac{676}{625}P - P$

$= \left(\frac{676}{625} - 1\right)P = \left(\frac{676 - 625}{625}\right)P = \frac{51}{625}p$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$

বা, $\frac{51P - 50P}{625} = 1$

বা, $\frac{P}{625} = 1$

$\therefore P = 625$

অর্থাৎ, মূলধন 625 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৪ ॥ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি, $A = P(I + nr)$ টাকা

যেখানে, n = নির্দিষ্ট সময়

P = মূলধন

r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

A = n সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন

১ম শর্তানুসারে, $A = P(1 + 3r) = 460$ .....(i)

২য় শর্তানুসারে, $A = P(1 + 5r) = 600$ .....(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{P(1 + 5r)}{P(1 + 3r)} = \frac{600}{460}$

বা, $\frac{1 + 5r}{1 + 3r} = \frac{30}{23}$

বা, $23(1 + 5r) = 30(1 + 3r)$

বা, $23 + 115r = 30 + 90r$

আবার, $4z = 2x$ বা, $z = \frac{2}{4}x \therefore z = \frac{1}{2}x$

এখন, $x + y + z = 260$

বা, $x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260$

বা, $\frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$

বা, $\frac{13x}{6} = 260$

বা, $13x = 6 \times 260$

বা, $x = \frac{6 \times 260}{13} \therefore x = 120$

অতএব, ক পাবে 120 টাকা, খ পাবে $\left(\frac{2}{3} \times 120\right)$ টাকা বা 80 টাক এবংগ পাবে $\left(\frac{1}{2} \times 120\right)$ টাকা বা 60 টাকা **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০১ ॥ একটি দ্রব্য x% ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, 3x% লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : মনেকরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$\therefore$ x% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (C – C এর x%) টাকা

$= \left(C - C \times \frac{x}{100}\right)$টাকা

$= \left(C - \frac{Cx}{100}\right)$ টাকা

এবং 3x% লাভে বিক্রয়মূল্য (C + C এর 3x%) টাকা

$= \left(C + C \times \frac{3x}{100}\right)$টাকা

$= \left(C + \frac{3Cx}{100}\right)$ টাকা

প্রশ্নমতে, $\left(C + \frac{3Cx}{100}\right) - \left(C - \frac{Cx}{100}\right) = 18x$

বা, $C + \frac{3Cx}{100} - C + \frac{Cx}{100} = 18x$

বা, $\frac{3Cx}{100} + \frac{Cx}{100} = 18x$

বা, $\frac{Cx}{100}(3 + 1) = 18x$

বা, $\frac{Cx}{100} \times 4 = 18x$

বা, $\frac{Cx}{25} = 18x$

বা, $C = \frac{25 \times 18x}{x} \therefore C = 450$

অতএব, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০২ ॥ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 148 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : মনে করি, শতকরা মুনাফার হার r%

এখানে, মূলধন (P) = 300 টাকা, সময় (n) = 4 বছর

আমরা জানি, I = Pnr

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে I_1 = Pnr = 300.4. r = 1200r

এবং ২য় শর্তানুসারে, I_2= Pnr

$= 400.5.r \left[\begin{array}{l} \because P = 400 \text{ টাকা} \\ n = 5 \text{ বছর} \end{array}\right]$

বা, $u = \frac{8}{2}v \therefore u = 4v$ ..... (iii)

এখন, u এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{15}{4v+v} + \frac{15}{4v-v} = 4$$

বা, $\frac{15}{5v} + \frac{15}{3v} = 4$

বা, $\frac{3}{v} + \frac{5}{v} = 4$

বা, $\frac{3+5}{v} = 4$

বা, $\frac{8}{v} = 4 \quad \therefore v = \frac{8}{4} = 2$

এখন, v এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই, $u = 4 \times 2 = 8$

অর্থাৎ, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় 8 কি.মি. এবংস্রোতের বেগ ঘণ্টায় 2 কি.মি **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৬ ॥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_1 > t_2$)

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা q লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট v লিটার পানি ধরে।

ধরি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চা t মিনিটে পূর্ণ হয়।

প্রথম নল দ্বারা t_1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$\therefore v = pt_1$ ..... (i)

দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$0 = v - qt_2$

বা, $v = qt_2$ ..... (ii)

দুইটি নল দ্বারা t মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$v = pt - qt$

বা, $v = (p - q)t$ ..... (iii)

(i) থেকে, $p = \frac{v}{t_1}$

(ii) থেকে, $q = \frac{v}{t_2}$

$\therefore$ (iii) থেকে $v = \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2}\right)t$

বা, $v = v\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)t$

বা, $1 = \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)t = \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}\right)t$

$\therefore t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$

নির্ণেয় সময় $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ মিনিট **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯৭ ॥ একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল +দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট q লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$\therefore q = 12p$ ..... (i)

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$\therefore q = 48p - 48 \times 15$ ..... (ii)

∴ ,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ ,, ৫৭৬ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ৫৭৬}{১২০}$ টাকা

= ৪৮০ টাকা

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ৪৮০ টাকা।

পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ ,, ৪৮০ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ৪৮০}{১২০}$ টাকা

= ৪০০ টাকা

∴ পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১০৯ ॥ একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

সমাধান : ৫% ক্ষতিতে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৫) টাকা = ৯৫ টাকা।

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০০}{৯৫}$ টাকা

∴ ,, ২৩৭৫.০০ ,, ,, ,, $\frac{১০০ \times ২৩৭৫.০০}{৯৫}$ টাকা

= $\frac{১০০ \times ২৩৭৫০০}{৯৫ \times ১০০}$ টাকা = ২৫০০ টাকা

আবার, ৬% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৬) টাকা = ১০৬ টাকা।

এখন, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

,, ১ ,, ,, ,, $\frac{১০৬}{১০০}$ টাকা

,, ২৫০০ ,, ,, ,, $\frac{১০৬ \times ২৫০০}{১০০}$ টাকা

= ২৬৫০ টাকা

∴ ২৬৫০ টাকায় বিক্রয় করলে ৬% লাভ হবে। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১০ ॥ ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান : ১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ,, ,, ,, $\frac{৩০}{১০}$ টাকা = ৩ টাকা

আবার, ১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ,, ,, ,, $\frac{৩০}{১৫}$ টাকা = ২ টাকা

∴ (১ + ১) = ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩ + ২) টাকা = ৫ টাকা

এখন, ১২ টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ,, ,, ,, $\frac{৩০}{১২}$ টাকা

∴ ২ ,, ,, ,, $\frac{৩০ \times ২}{১২}$ টাকা

= ৫ টাকা

∴ সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান।

∴ লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১১ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫০ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

∴ মুনাফা = $\left(২০০০ \times \frac{১০.৫০}{১০০} \times ৫\right)$ টাকা

এখানে,

P = আসল = ২০০০ টাকা

I = মুনাফা = নির্ণেয়

$= 1200$ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল,

$C = P(1+r)^n$

$= 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(\frac{20+1}{20}\right)^3$ টাকা

$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^3$ টাকা

$= \frac{400\ 8000.21.21.21}{\cancel{20}\times\cancel{20}\times\cancel{20}}$ টাকা

$= 21 \times 21 \times 21$ টাকা $= 9261$ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P$

$= (9261 - 8000)$ টাকা $= 1261$ টাকা

$\therefore$ উভয় মুনাফার পার্থক্য $= (1261 - 1200)$ টাকা $= 61$ টাকা।

নির্ণেয় পার্থক্য 61 টাকা।

প্রশ্ন ॥ ১০৭ ॥ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) x%। একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাঁকে কত ভ্যাট দিতে হবে? x = 15, P = 2300 হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : মনেকরি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য C টাকা

x% ভ্যাটসহ মিষ্টির বিক্রয়মূল্য $= \left(C + \frac{Cx}{100}\right)$ টাকা

$= C\left(1+\frac{x}{100}\right)$ টাকা

শর্তানুসারে, $C\left(1+\frac{x}{100}\right) = P$

বা, $C = \frac{P}{1+\frac{x}{100}} = \frac{P}{\frac{100+x}{100}} = \frac{100P}{100+x}$

$\therefore$ ভ্যাটের পরিমাণ $(P - C)$ টাকা $= \left(P - \frac{100P}{100+x}\right)$ টাকা

$= \frac{100P + Px - 100P}{100+x}$ টাকা

$= \frac{Px}{100+x}$ টাকা

এখন, $x = 15$ এবং $P = 2300$ হলে,

ভ্যাটের পরিমাণ $= \frac{15 \times 2300}{100+15}$ টাকা [x ও p এর মান বসিয়ে]

$= \frac{15 \times 2300}{115}$ টাকা $= 300$ টাকা

অতএব, বিক্রেতাকে ভ্যাট দিতে হবে $\frac{px}{(100+x)}$ টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০৮ ॥ একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

নোট : প্রথমে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য। এরপর পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য নির্ণয় করতে হবে।

সমাধান : প্রথম ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা $= \left(৩০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ১\right)$ টাকা

$= ৩০০$ টাকা

এখানে,

P = মূলধন = ৩০০০ টাকা

r = মুনাফার হার = $১০\% = \frac{১}{১০০}$

n = সময় = ১ বছর

I = মুনাফা = নির্ণেয়

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা $= \left(২০০০ \times \frac{৮}{১০০} \times ১\right)$ টাকা

$= ১৬০$ টাকা

$\therefore$ মোট মুনাফা $= (৩০০ + ১৬০)$ টাকা

$= ৪৬০$ টাকা

এখানে,

P = আসল মূলধন = ২০০০ টাকা

r = মুনাফার হার = $৮\% = \frac{৮}{১০০}$

n = সময় = ১ বছর

I = মুনাফা = নির্ণেয়

$\therefore$ মোট মূলধন = (৩০০০ + ২০০০) টাকা = ৫০০০ টাকা

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

$\therefore$ মুনাফার হার $= \frac{৪৬০}{৫০০০ \times ১} = \frac{৪৬০ \times ১০০}{৫০০০ \times ১}\% = \frac{৪৬}{৫}\% = ৯.২\%$

$\therefore$ গড় মুনাফার হার ৯.২%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২২ ॥ রদ্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংকে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : ৩ বছরের জন্য

মুনাফা $I = Prn$

$= ১০০০০ \times r \times ৩$

$= ৩০০০০\ r$ টাকা

এখানে,

P = আসল = ১০০০০ টাকা

n = সময় = ৩ বছর

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

আবার, ৪ বছরের জন্য,

মুনাফা $I = Prn$

$= ১৫০০০ \times r \times ৪$

$= ৬০০০০\ r$ টাকা

এখানে,

P = আসল = ১৫০০০ টাকা

n = সময় = ৪ বছর

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

$\therefore$ ৩ বছরের মুনাফা + ৪ বছরের মুনাফা = মোট মুনাফা

বা, $৩০০০০\ r + ৬০০০০\ r = ৯৯০০$

বা, $৯০০০০\ r = ৯৯০০$

বা, $r = \frac{৯৯০০}{৯০০০০} \times ১০০\%$

$\therefore r = ১১\%$

$\therefore$ মুনাফার হার ১১%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৩ ॥ একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা-আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ = (১০০×২) টাকা = ২০০ টাকা

মুনাফা-আসল = ২০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা = $(২০০ - ১০০)$ = ১০০ টাকা

প্রশ্নমতে, ১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা-আসলে তিনগুণ = (১০০×৩) টাকা = ৩০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা = মুনাফা-আসল − আসল

= $(৩০০ - ১০০)$ টাকা = ২০০ টাকা

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৬}{১০০}$ বছরে

$\therefore$ ২০০ " " " $\frac{৬ \times ২০০}{১০০}$ বছরে = ১২ বছরে

$\therefore$ সময় ১২ বছর। **(উত্তর)**

বা, $P_১ = \frac{২০৫০ \times ৩}{৫}$ $\therefore P_১ = ১২৩০$

$\therefore$ ১২৩০ টাকা ৪ বছরে মুনাফা–মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৮ ॥ বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$= \left(৫০০ \times \frac{৬}{১০০} \times ৪\right)$ টাকা
$= ১২০$ টাকা

এখানে,
P = আসল = ৫০০ টাকা
r = মুনাফার হার = ৬% = $\frac{৬}{১০০}$
n = সময় = ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ আসল $= \frac{১২০}{৫\% \times \frac{৫}{২}}$ টাকা $= \frac{১২০}{\frac{৫}{১০০} \times \frac{৫}{২}}$ টাকা
$= (১২০ \times ৮)$ টাকা
$= ৯৬০$ টাকা

এখানে,
P = আসল = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ৫%
n = সময় = ২ বছর ৬মাস $= ২\frac{১}{২}$ বছর $= \frac{৫}{২}$ বছর
I = মুনাফা = ১২০ টাকা

$\therefore$ আসল ৯৬০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১১৯ ॥ বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান : বার্ষিক মুনাফা বাড়ল = ১০% – ৮% = ২%

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ মূলধন $= \frac{১২৮}{২\% \times ৪}$ টাকা

এখানে,
P = মূলধন = নির্ণেয়
I = মুনাফা = ১২৮ টাকা
r = মুনাফার হার = ২%
n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{১২৮}{\frac{২}{১০০} \times ৪}$ টাকা $= \frac{১২৮}{\frac{২}{২৫}}$ টাকা $= \frac{১২৮ \times ২৫}{২}$ টাকা $= ১৬০০$ টাকা

$\therefore$ তার মূলধন ১৬০০ টাকা ছিল। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২০ ॥ কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ১৮৩০ টাকা
আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা
(বিয়োগ করে) ২ বছরের মুনাফা = ২৫২ টাকা

$\therefore$ ৩ " " $= \frac{২৫২ \times ৩}{২}$ টাকা
$= ৩৭৮$ টাকা

আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা
৩ বছরের মুনাফা = ৩৭৮ টাকা
(বিয়োগ করে) আসল = ১২০০ টাকা

নির্ণেয় আসল ১২০০ টাকা।

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$ বা, $r = \frac{I}{Pn}$

$\therefore$ মুনাফার হার $= \frac{৩৭৮}{১২০০ \times ৩}$
$= \frac{৩৭৮ \times ১০০}{১২০০ \times ৩}\%$
$= \frac{২১}{২}\% = ১০.৫\%$

এখানে,
I = মুনাফা = ৩৭৮ টাকা
P = আসল = ১২০০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৩ বছর

$\therefore$ আসল ১২০০ টাকা এবং বার্ষিক মুনাফার হার ১০.৫%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২১ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

$= \frac{১০২০০}{১ + ৪ \times \frac{৯}{১০০}}$ টাকা $= \frac{১০২০০}{১ + \frac{৯}{২৫}}$ টাকা

$= \frac{১০২০০}{\frac{৩৪}{২৫}}$ টাকা $= \frac{১০২০০ \times ২৫}{৩৪}$ টাকা

= ৭৫০০ টাকা। **(উত্তর)**

জেনে রাখ :

মুনাফা–আসল = আসল + মুনাফা

$A = P + I$

বা, $A = P + Prn$ $[\because I = Prn]$

বা, $A = P(1 + rn)$ $\therefore P = \frac{A}{1 + rn}$

প্রশ্ন ॥ ১১৬ ॥ রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ আসল $= \frac{৪৭৬০}{৮.৫\% \times ৪}$ টাকা

এখানে,
P = আসল = নির্ণেয়
I = মুনাফা = ৪৭৬০ টাকা
r = মুনাফার হার = ৮.৫%
n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{১০০} \times ৪}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{২৫}}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০ \times ২৫}{৮.৫}$ টাকা = ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। **(উত্তর)**

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

$\therefore$ ১০০ ” ৪ ” ” (৮.৫০×৪) টাকা = ৩৪ টাকা

মুনাফা ৩৪ টাকা হয় যখন আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ ” ১ ” ” ” ” $\frac{১০০}{৩৪}$ টাকা

$\therefore$ ” ৪৭৬০ ” ” ” ” $\frac{১০০ \times ৪৭৬০}{৩৪}$ টাকা

= ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। **(উত্তর)**

এখানে দু'ধরনের সমাধান দেওয়া হলো।

তোমার যে নিয়মটা ভালো লাগে, ভালো বুঝতে পার সেটাই করতে পার।

প্রশ্ন ॥ ১১৭ ॥ শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা–মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা–মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা– মূলধন = 2P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা, $I = 2P - P = P$

আমরা জানি, মুনাফার হার $= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{মূলধন} \times \text{সময়}} = \frac{I}{P \times ৬} = \frac{P}{P \times ৬} = \frac{১}{৬}$

এখন, কোনো মূলধন $\frac{১}{৬}$ মুনাফার হারে ৪ বছরে মুনাফা–মূলধন ২০৫০ টাকা হয়

আবার, মনে করি, মূলধন = $P_১$

$\therefore$ মুনাফা = মূলধন × মুনাফার হার × সময়

$= P_১ \times \frac{১}{৬} \times ৪ = \frac{2P_১}{৩}$

প্রশ্নমতে, $P_১ + \frac{2P_১}{৩} = ২০৫০$

বা, $\frac{৫P_১}{৩} = ২০৫০$ বা, $৫P_১ = ২০৫০ \times ৩$

= ১০৫০ টাকা। (**উত্তর**)

r = মুনাফার হার
$= ১০.৫০\% = \frac{১০.৫০}{১০০}$
n = সময় = ৫ বছর

প্রশ্ন ॥ ১১২ ॥ বার্ষিক মুনাফা শতকরা ১০ টাকা থেকে কমে ৮ টাকা হলে, ৩০০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত কম হবে?

সমাধান : মুনাফার হার কমে ১০% − ৮% = ২%

আমরা জানি, I = Prn
∴ মুনাফা = (৩০০০ × ২% × ৩) টাকা
$= \left(৩০০০ \times \frac{২}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা
= ১৮০ টাকা

এখানে,
P = আসল = ৩০০০ টাকা
I = মুনাফা = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ২%
n = সময় = ৩ বছর

∴ মুনাফা ১৮০ টাকা কম হবে। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১৩ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফা কত হলে, ১৩০০০ টাকা ৫ বছরে মুনাফা–আসলে ১৮৮৫০ টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, I = Prn বা, $r = \frac{I}{Pn}$

অর্থাৎ মুনাফার হার $= \frac{৫৮৫০}{১৩০০০ \times ৫}$
$= \frac{১১৭}{১৩০০}$
$= \frac{১১৭ \times ১০০}{১৩০০}\% = ৯\%$

এখানে,
P = আসল = ১৩০০০ টাকা
I = মুনাফা = (১৮৮৫০ − ১৩০০০) টাকা = ৫৮৫০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৫ বছর

∴ বার্ষিক মুনাফা ৯%। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১৪ ॥ বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

∴ ৮ বছরের মুনাফা-আসল = (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

∴ মুনাফা = মুনাফা-আসল − আসল
= (২০০ − ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

আবার, আমরা জানি, I = Prn
বা, $r = \frac{I}{Pn}$
∴ মুনাফার হার $= \frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

এখানে,
P = আসল = ১০০ টাকা
I = মুনাফা = ১০০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৮ বছর

$= \frac{১০০ \times ১০০}{১০০ \times ৮}\% = \frac{২৫}{২}\% = ১২\frac{১}{২}\% = ১২.৫\%$

∴ বার্ষিক মুনাফা $১২\frac{১}{২}\%$ বা ১২.৫%। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১৫ ॥ ৬৫০০ টাকা যে হার মুনাফায় ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ৮৮৪০ টাকা হয়, ঐ একই হার মুনাফায় কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান : মুনাফা–আসল = ৮৮৪০ টাকা, আসল = ৬৫০০ টাকা

∴ মুনাফা = (৮৮৪০ − ৬৫০০) টাকা = ২৩৪০ টাকা

আমরা জানি, I = Prn বা, $r = \frac{I}{Pn}$

∴ মুনাফার হার $= \frac{২৩৪০}{৬৫০০ \times ৪}$
$= \frac{২৩৪০ \times ১০০}{৬৫০০ \times ৪}\%$
= ৯%

এখানে,
P = আসল = ৬৫০০ টাকা
I = মুনাফা = ২৩৪০ টাকা
r = মুনাফার হার = নির্ণেয়
n = সময় = ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, A = P (১+ nr)
বা, $P = \frac{A}{১ + nr}$
∴ আসল $= \frac{১০২০০}{১ + ৪ \times ৯\%}$ টাকা

এখানে,
A = মুনাফা-আসল
= ১০২০০ টাকা
P = আসল = নির্ণেয়
r = মুনাফার হার = ৯%
n = সময় = ৪ বছর

= ১৬৫৫ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য

= (১৬৫৫ − ১৫০০) টাকা = ১৫৫ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৮ ॥ একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার r এবং মূলধন P

∴ এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(১ + r)$

∴ $P(১ + r) = ৬৫০০$..... (১)

আবার, দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(১ + r)^২$

∴ $P(১ + r)^২ = ৬৭৬০$

বা, $P(১ + r)(১ + r) = ৬৭৬০$

বা, $৬৫০০(১ + r) = ৬৭৬০$

বা, $(১ + r) = \frac{৬৭৬০}{৬৫০০} = \frac{৬৭৬}{৬৫০}$ ..... (২)

(২) নং হতে $(১ + r)$ এর মান (১) নং এ বসিয়ে পাই,

$$P \times \frac{৬৭৬}{৬৫০} = ৬৫০০$$

বা, $P \times ৬৭৬ = ৬৫০০ \times ৬৫০$

বা, $P = \frac{৬৫০০ \times ৬৫০}{৬৭৬} = ৬২৫০$

∴ মূলধন ৬২৫০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৯ ॥ বার্ষিক শতকরা ৮.৫০ টাকা চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকার ২ বছরের সবৃদ্ধিমূল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(১ + r)^n$

যেখানে, প্রারম্ভিক মূলধন, $P = ১০০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ৮.৫০\% = \frac{৮.৫০}{১০০} = \frac{১৭}{২০০}$

এবং সময়, $n = ২$ বছর।

∴ $C = P(১ + r)^২$

$$= \left\{ ১০০০০ \times \left(১ + \frac{১৭}{২০০} \right)^২ \right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{ ১০০০০ \times \left(\frac{২১৭}{২০০} \right)^২ \right\} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৭০৮৯}{৪} \text{ টাকা} = ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় সবৃদ্ধিমূল ১১৭৭২.২৫ টাকা।

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = C − P

= (১১৭৭২.২৫ − ১০০০০) টাকা = ১৭৭২.২৫ টাকা

∴ ১১৭৭২.২৫ টাকা, ১৭৭২.২৫ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩০ ॥ কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা, $P = ৬৪০০০০০$

জনসংখ্য বৃদ্ধির হার, $r = \frac{২৫}{১০০০} \times ১০০\% = \frac{৫}{২}\%$

এবং সময়, $n = ২$ বছর

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

∴ $C = P(১ + r)^n$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{৫}{২ \times ১০০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{১}{৪০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(\frac{৪১}{৪০} \right)^২$$

$= ৪০০০ \times ৪১ \times ৪১ = ৬৭২৪০০০$

∴ ২ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৬৭,২৪,০০০ জন। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৪ ॥ কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা-আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $n = \frac{I}{Pr}$

$\therefore$ সময় $= \frac{\frac{২P}{৫}}{P \times \frac{৮}{১০০}}$ বছর

$= \frac{২P \times ১০০}{৫ \times ৮P}$ বছর $= ৫$ বছর

এখানে,

P = আসল

I = মুনাফা

$= P$ এর $\frac{২}{৫}$ অংশ

$= \frac{২P}{৫}$

r = মুনাফার হার $= ৮\% = \frac{৮}{১০০}$

n = সময় = নির্ণেয়

$\therefore$ সময় ৫ বছর। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৫॥ জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক ৫ বছর মেয়াদি পেনশনার সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম ৩ মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা $= \left(১০০০০০০ \times ১২\% \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

$= \left(১০০০০০০ \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

$= ৩০০০০$ টাকা

$\therefore$ মুনাফা ৩০,০০০ টাকা। **(উত্তর)**

এখানে,

P = আসল = ১০,০০০০০ টাকা

I = মুনাফা = নির্ণেয়

r = মুনাফার হার = ১২%

n = সময় = ৩ মাস $= \frac{৩}{১২}$ বছর

প্রশ্ন ॥ ১২৬ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ - r)^n$

এখানে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৮০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১০\%$ এবং সময় $n = ৩$ বছর

$\therefore C = \left\{৮০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \left(১ + \frac{১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}\right\}$ টাকা

$= ১০৬৪৮$ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১২৭ ॥ বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মূলধন, $P = ৫০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময়, $n = ৩$ বছর

$\therefore$ সরল মুনাফা, $I = Prn = \left(৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা

$= ১৫০০$ টাকা

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$

$= \left\{৫০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৫০০০ \times \left(১ + \frac{১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৫০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\}$ টাকা

$= \left\{৫০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}\right\}$ টাকা

$= ৬৬৫৫$ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = (৬৬৫৫ - ৫০০০)$ টাকা

∴ ১০ " = (৪০৪৬.৮৬ × ১০) বর্গমিটার
= ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

অর্থাৎ আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৪০৪৬৮.৬ বর্গমি.

শর্তানুসারে, ৪ক^২ = ৪০৪৬৮.৬

বা, ক^২ = $\frac{৪০৪৬৮.৬}{৪}$

বা, ক^২ = ১০১১৭.১৫

∴ ক = ১০০.৫৮৪

অর্থাৎ ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ১০০.৫৮৪ মিটার

∴ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ৪ক = (৪ × ১০০.৫৮৪) মিটার
= ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩৪ ॥ একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। এর ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = ক মিটার

∴ আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য = $\left(ক \times ১\frac{১}{২}\right)$ মিটার

= $\left(ক \times \frac{৩}{২}\right)$ মিটার = $\frac{৩ক}{২}$ মিটার

∴ আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = $\left(ক \times \frac{৩ক}{২}\right)$ বর্গমিটার = $\frac{৩ক^২}{২}$ বর্গমিটার

নোট :
১. *প্রস্থকে 'ক' ধরতে হবে।*
২. *দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।*
৩. *নির্ণেয় ক্ষেত্রফল এবং প্রদত্ত ক্ষেত্রফলের সমতা থেকে অন্য রাশির মান বের করতে হবে।*
৪. *সূত্র প্রয়োগ করে পরিসীমা নির্ণয় করতে হবে।*

দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার

শর্তানুসারে, $\frac{৩ক^২}{২}$ = ২১৬

বা, ৩ক^২ = ২১৬ × ২

বা, ৩ক^২ = ৪৩২

বা, ক^২ = $\frac{৪৩২}{৩}$

বা, ক^২ = ১৪৪

∴ ক = ১২

অর্থাৎ আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = ১২ মিটার

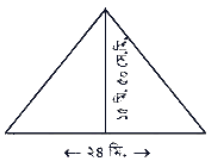
এবং আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য = $\left(১২ \times \frac{৩}{২}\right)$ মিটার = ১৮ মিটার

∴ আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
= ২ (১৮ + ১২) মিটার
= ৬০ মিটার

∴ ঘরের পরিসীমা ৬০ মিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩৫ ॥ একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৫০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



এখানে, ভূমি = ২৪ মিটার
এবং উচ্চতা = ১৫ মিটার ৫০ সে.মি.
= ১৫.৫ মিটার

নোট :
১. *উচ্চতার পরিমাপকে মিটারে প্রকাশ করতে হবে।*
২. *ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।*

আমরা জানি,

ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

= $\frac{১}{২}$ (২৪ × ১৫.৫) বর্গমিটার

= $\left(\frac{১}{২} \times ৩৭২\right)$ বর্গমিটার = ১৮৬ বর্গমিটার

∴ ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৮৬ বর্গমিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩৬ ॥ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

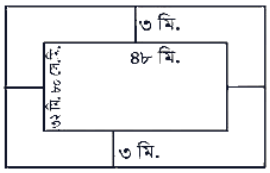
সমাধান :

দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য = ৪৮ মিটার
এবং প্রস্থ = ৩২ মি. ৮০ সে.মি.

$= \left(৩২ + \frac{৮০}{১০০}\right)$ মিটার

= (৩২ + ০.৮) মিটার

= ৩২.৮ মিটার



ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = {৪৮ + (৩ × ২)} মিটার
= ৫৪ মিটার

এবং রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = {৩২.৮ + (৩ × ২)} মিটার
= ৩৮.৮ মিটার

রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৫৪ × ৩৮.৮) বর্গমিটার
= ২০৯৫.২ বর্গমিটার

∴ রাস্তাবাদে আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৪৮ × ৩২.৮) বর্গমিটার
= ১৫৭৪.৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (২০৯৫.২ − ১৫৭৪.৪) বর্গমিটার
= ৫২০.৮ বর্গমিটার

∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৫২০.৮ বর্গমিটার। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : এ ধরনের অঙ্কগুলোর ক্ষেত্রে যখন রাস্তাসহ দৈর্ঘ্য/প্রস্থ হিসাব করব তখন রাস্তার বিস্তার কে ২ দ্বারা গুণ করে যোগ করে নিব।
চিত্রটি ভালোভাবে খেয়াল কর, যখন দৈর্ঘ্য বরাবর পরিমাপ করব তখন দৈর্ঘ্যের দুই দিকে দুইটি রাস্তা পড়েছে। তাই দুইবার রাস্তার বিস্তার যোগ করা হয়েছে।

প্রশ্ন ॥ ১৩৭ ॥ একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার
বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাইরে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।
রাস্তাসহ এক বাহুর দৈর্ঘ্য = {৩০০ + (৪ × ২)} মিটার = ৩০৮ মিটার

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (৩০৮ × ৩০৮) বর্গমিটার
= ৯৪৮৬৪ বর্গমিটার

রাস্তাবাদে বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (৩০০ × ৩০০) বর্গমিটার
= ৯০০০০ বর্গমিটার

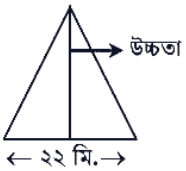
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৯৪৮৬৪ − ৯০০০০) বর্গমিটার = ৪৮৬৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৪৮৬৪ বর্গমিটার। **(উত্তর)**

জননী এক্সক্লুসিভ : উত্তর সঠিক কিনা যাচাই করে নাও!!!!
বর্গাকার ক্ষেত্রের চারদিকে রাস্তা/পাড় থাকলে,
রাস্তা/পাড়ের ক্ষেত্রফল = 4a (x + a)
উপরের প্রশ্নটির ক্ষেত্রে,
রাস্তার/পাড়ের ক্ষেত্রফল = ৪ × ৪ (৩০০ + ৪) বর্গমিটার
= (১৬ × ৩০৪) বর্গমিটার
= ৪৮৬৪ বর্গমিটার

প্রশ্ন ॥ ১৩৮ ॥ একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার। এর ভূমি ২২ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার এবং ভূমি ২২ মিটার
আমরা জানি, ত্রিভুজাকৃতি জমিটির ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

বা, ২৬৪ = $\frac{১}{২}$ × ২২ × উচ্চতা

বা, ২৬৪ = ১১ × উচ্চতা

বা, উচ্চতা = $\frac{২৬৪}{১১}$

∴ উচ্চতা = ২৪

নোট : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করে উচ্চতা নির্ণয় করতে হবে।

∴ ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা ২৪ মিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩৯ ॥ একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

লক্ষ কর : জনসংখ্যা চক্রবৃদ্ধি হারে বাড়ে। জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার অনেক সময় প্রতি শতে, প্রতি হাজারে, প্রতি লাখে হিসাব করা হয়। তাই r এর মান লেখার সময় অবশ্যই সতর্ক থাকতে হবে।

যেমন, জনসংখ্যা শতকরা ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০}$

জনসংখ্যা প্রতি হাজারে ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০০}$

জনসংখ্যা প্রতি লাখে ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০০০০}$

প্রশ্ন ॥ ১৩১ ॥ এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(১ + r)^n$

যেখানে, মূলধন $P = ৫০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ৮\%$ এবং সময় $n = ১$ বছর।

$$\therefore C = P(১ + r)^n = \left\{৫০০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^{১}\right\} \text{টাকা}$$

$$= \left\{৫০০০ \times \frac{১০৮}{১০০}\right\} \text{টাকা} = ৫৪০০ \text{ টাকা}$$

অর্থাৎ, এক বছরান্তে ঋণ গ্রহীতার সবৃদ্ধি মূলধন হবে ৫৪০০ টাকা।

বছর শেষে ২০০০ টাকা পরিশোধ করার পর তার ঋণ থাকে

(৫৪০০ − ২০০০) টাকা = ৩৪০০ টাকা।

আবার, ৩৪০০ টাকার ১ বছরে সবৃদ্ধি মূলধন

$$C = \left\{৩৪০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^{১}\right\} \text{টাকা}$$

$$= \left\{৩৪০০ \times \frac{১০৮}{১০০}\right\} \text{টাকা} = \{৩৪ \times ১০৮\} \text{টাকা} = ৩৬৭২ \text{ টাকা}$$

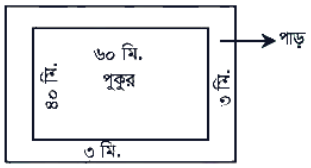
∴ ২য় কিস্তি ২০০০ টাকা পরিশোধ করার পর তার ঋণ থাকে

(৩৬৭২ − ২০০০) টাকা = ১৬৭২ টাকা। **(উত্তর)**

পরিমাপ

প্রশ্ন ॥ ১৩২ ॥ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার

যেহেতু পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার

∴ পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = {৬০ + (২ × ৩)} মিটার

= ৬৬ মিটার

এবং পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = {৪০ + (২ × ৩)} মিটার

= ৪৬ মিটার

∴ পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬ × ৪৬) বর্গমিটার

= ৩০৩৬ বর্গমিটার

পাড়বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার = ২৪০০ বর্গমিটার

∴ পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৩০৩৬ − ২৪০০) বর্গমিটার

= ৬৩৬ বর্গমিটার

∴ পাড়ের ক্ষেত্রফল ৬৩৬ বর্গমিটার। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : অঙ্কটি প্রথম দেখায় জটিল মনে হতে পারে। এতে ভয় পেয়ো না। প্রথমে অঙ্কটি ভালোভাবে বোঝার চেষ্টা কর। অঙ্কটি করতে প্রথমে রাস্তা/পাড়সহ সমগ্র ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। এরপর রাস্তা/পাড়বাদে ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। অতঃপর ক্ষেত্রফল দুটিকে বিয়োগ করলেই রাস্তা/পাড়ের ক্ষেত্রফল পাবে।

প্রশ্ন ॥ ১৩৩ ॥ আয়তাকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং তার দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ক মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = (৪ × ক) মিটার = ৪ক মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = (৪ক × ক) বর্গমিটার = $৪ক^২$ বর্গমিটার

আমরা জানি, ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার

সমাধান : চৌবাচ্চার পানি ধারণ ক্ষমতা = ১৯২০০ লিটার = ১৯.২ ঘন মিটার

[∵ ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার]

অর্থাৎ চৌবাচ্চার আয়তন = ১৯.২ ঘন মিটার

মনে করি, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ক মিটার

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির প্রস্থ = ২.৫ মিটার

এবং চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ২.৫৬ মিটার

আমরা জানি, চৌবাচ্চার আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × গভীরতা

= ক × ২.৫ × ২.৫৬

শর্তানুসারে, ক × ২.৫ × ২.৫৬ = ১৯.২

বা, $ক = \frac{১৯.২}{৬.৪}$

∴ ক = ৩

∴ চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ৩ মিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪০ ॥ স্বর্ণ, পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তাকার একটি স্বর্ণের বারের দৈর্ঘ্য ৭.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৪ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। স্বর্ণের বারটির ওজন কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, স্বর্ণের বারের দৈর্ঘ্য = ৭.৮ সেন্টিমিটার

প্রস্থ = ৬.৪ সেন্টিমিটার

এবং উচ্চতা = ২.৫ সেন্টিমিটার

∴ স্বর্ণের বারের আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

= (৭.৮ × ৬.৪ × ২.৫) ঘন সে.মি.

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি.

আমরা জানি, ১ ঘন সে.মি. বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ গ্রাম

∴ ১২৪.৮ ” ” ” ” ” (১ × ১২৪.৮) গ্রাম

= ১২৪.৮ গ্রাম

যেহেতু স্বর্ণ পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

অতএব, ১২৪.৮ ঘন সে.মি. স্বর্ণের বারটির ওজন

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি. পানির ওজন × ১৯.৩

= (১২৪.৮ × ১৯.৩) গ্রাম = ২৪০৮.৬৪ গ্রাম

∴ স্বর্ণের বারটির ওজন ২৪০৮.৬৪ গ্রাম। **(উত্তর)**

[*লক্ষ্য কর : পাঠ্যবইয়ে ওজন বলতে ভরকে বুঝিয়েছে। আসলে এই সমাধানে ভর নির্ণয় করা হয়েছে। তবে মনে রাখতে হবে ওজন এর একক নিউটন।*]

প্রশ্ন ॥ ১৪১ ॥ একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি., প্রস্থ ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.। বাক্সটির আয়তন কত ঘন সেন্টিমিটার?

সমাধান : দেওয়া আছে,

বাক্সটির দৈর্ঘ্য = ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি.

= ১৫.২৪ সে.মি. [∵ ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.]

প্রস্থ = ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. = ৭.৬২ সে.মি.

এবং উচ্চতা = ৫ সে.মি. ৮ মি.মি. = ৫.৮ সে.মি.

∴ বাক্সটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (১৫.২৪ × ৭.৬২ × ৫.৮) ঘন সে.মি.

= ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪২ ॥ একটি আয়তাকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানিভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

আয়তাকার চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৫.৫ মিটার = ৫৫০ সে.মি.

” ” প্রস্থ = ৪ মিটার = ৪০০ সে.মি.

এবং ” ” উচ্চতা = ২ মিটার = ২০০ সে.মি.

অর্থাৎ আয়তাকার চৌবাচ্চাটির আয়তন = (৫৫০ × ৪০০ × ২০০) ঘন সে.মি.

= ৪৪০০০০০০ ঘন সে.মি.

$= \frac{৪৪০০০০০০}{১০০০}$ লিটার

= ৪৪০০০ লিটার

∴ চৌবাচ্চাটির পানির আয়তন ৪৪০০০ লিটার।

আমরা জানি,

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

∴ ৪৪০০০ ” ” ” ” (১ × ৪৪০০০) কিলোগ্রাম

= ৪৪০০০ কিলোগ্রাম

∴ পানির আয়তন ৪৪০০০ লিটার এবং ওজন ৪৪০০০ কিলোগ্রাম। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪৩ ॥ আয়তাকার একটি মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার মাঠটির প্রস্থ = ক মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = (১.৫ × ক) মিটার

∴ মাঠটির ক্ষেত্রফল = (১.৫ ক × ক) বর্গ মিটার

= ১.৫ $ক^২$ বর্গ মিটার

ঘাস লাগাতে ১ বর্গমিটারে খরচ হয় ১.৯ টাকা

" " ১.৫$ক^২$ " " " (১.৯ × ১.৫$ক^২$) টাকা

দেওয়া আছে, মাঠে ঘাস লাগাতে মোট ব্যয় ১০২৬০.০০ টাকা

শর্তানুসারে, ১.৯ × ১.৫ $ক^২$ = ১০২৬০

বা, ১.৫$ক^২$ = $\frac{১০২৬০}{১.৯}$

বা, $ক^২$ = $\frac{৫৪০০}{১.৫}$

বা, $ক^২$ = ৩৬০০

বা, ক = $\sqrt{৩৬০০}$ = ৬০

অতএব, আয়তাকার মাঠটির প্রস্থ = ৬০ মিটার

এবং আয়তাকার মাঠটির দৈর্ঘ্য = (১.৫ × ৬০) মিটার = ৯০ মিটার মাঠটির চারদিকে বেড়া দিতে হলে, তার পরিসীমার সমান বেড়া দিতে হবে।

∴ মাঠের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

= ২(৬০ + ৯০) মিটার = ৩০০ মিটার

১ মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় ২.৫০ টাকা

∴ ৩০০ " " " " " (২.৫০ × ৩০০) টাকা = ৭৫০ টাকা

∴ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট ৭৫০ টাকা ব্যয় হবে। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : বেড়া দেওয়া হয় ক্ষেত্রের সীমানায়। একটি ক্ষেত্রের সীমানাগুলোর সমষ্টি হলো পরিসীমা। তাই বেড়ার দৈর্ঘ্য হবে অবশ্যই পরিসীমার সমান।

প্রশ্ন ॥ ১৪৪ ॥ একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত?

সমাধান : ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো।

অর্থাৎ ৩ মিটারের খরচ ৫৭৬ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৫৭৬}{৩}$ টাকা = ১৯২ টাকা।

এখন ১৯২ টাকা খরচ হয় যখন প্রস্থ ১ মিটার

∴ ১ " " " " " $\frac{১}{১৯২}$ মিটার

∴ ৭২০০ " " " " " $\frac{১ \times ৭২০০}{১৯২}$ মিটার

= ৩৭.৫ মিটার।

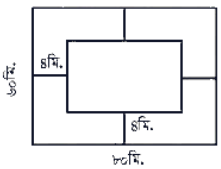
∴ ঘরটির প্রস্থ ৩৭.৫ মিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪৫ ॥ ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার

∴ পথসহ বাগানটির ক্ষেত্রফল = (৮০ × ৬০) বর্গমিটার = ৪৮০০ বর্গমিটার

বাগানের ভিতরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি পথ আছে।



∴ পথবাদে বাগানটির দৈর্ঘ্য = {৮০ − (৪ × ২)} মিটার

= ৭২ মিটার

এবং পথবাদে বাগানটির প্রস্থ = {৬০ − (৪ × ২)} মিটার

= ৫২ মিটার

∴ পথবাদে বাগানটির ক্ষেত্রফল = (৭২ × ৫২) বর্গমিটার

= ৩৭৪৪ বর্গমিটার

∴ পথের ক্ষেত্রফল = (৪৮০০ − ৩৭৪৪) বর্গমিটার

= ১০৫৬ বর্গমিটার

প্রশ্ন ॥ ১৪৯ ॥ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশূন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার
এবং গভীরতা ৩ মিটার

∴ পুকুরটির আয়তন = (৩২ × ২০ × ৩) ঘনমিটার
= ১৯২০ ঘনমিটার

মেশিনটি ০.১ ঘনমিটার পানি সেচে ১ সেকেন্ডে

∴ " ১ " " " $\frac{১}{০.১}$ সেকেন্ডে

∴ " ১৯২০ " " " $\frac{১ \times ১৯২০}{০.১}$ সেকেন্ডে

= ১৯২০০ সেকেন্ডে
= ৫ ঘণ্টা ২০ মিনিটে

∴ পুকুরটি পানিশূন্য করতে ৫ ঘণ্টা ২০ মিনিট লাগবে। **(উত্তর)**

> ***লক্ষ কর :*** *১৯২০০ সেকেন্ড = (৫ × ৩৬০০) সে. + (২০ × ৬০) সে.*
> *= ৫ ঘণ্টা + ২০ মিনিট।*

প্রশ্ন ॥ ১৫০ ॥ ৩ মিটার দৈর্ঘ্য, ২ মিটার প্রস্থ ও ১ মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ৫০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলে, পানির গভীরতা কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার, প্রস্থ = ২ মিটার এবং গভীরতা = ১ মিটার

∴ চৌবাচ্চার আয়তন = (৩ × ২ × ১) ঘন মি. = ৬ ঘন মি.

আবার, ঘনকের একবাহুর দৈর্ঘ্য = ৫০ সে.মি. = $\frac{৫০}{১০০}$ মিটার = ০.৫ মিটার

∴ ঘনকের আয়তন = (০.৫ × ০.৫ × ০.৫) ঘনমিটার = ০.১২৫ ঘনমিটার

∴ পানির আয়তন = (৬ − ০.১২৫) ঘনমিটার = ৫.৮৭৫ ঘনমিটার

মনে করি, পানির গভীরতা = ক মিটার

শর্তমতে, ৩ × ২ × ক = ৫.৮৭৫

∴ ক = $\frac{৫.৮৭৫}{৩ \times ২}$ = ০.৯৭৯২

∴ পানির গভীরতা ০.৯৭৯২ মিটার (প্রায়)।
= ৯৭.৯২ সে.মি. (প্রায়)। **(উত্তর)**

সূচক ও লগারিদম

সরল কর :

প্রশ্ন ॥ ১৫১ ॥ $\frac{5^3.8}{2^4.125}$

সমাধান : $\frac{5^3.8}{2^4.125} = \frac{5^3.2^3}{2^4.5^3}$

$= 5^{3-3} \times 2^{3-4}$ $\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$

$= 5^0 \times 2^{-1} = 1 \times \frac{1}{2}$ $\left[\because a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}\right]$

$= \frac{1}{2}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫২ ॥ $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$

সমাধান : $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} = \frac{7^{3-3}}{3^{1-4}}$ $[\because a^m \times a^{-n} = a^{m-n}]$

$= \frac{7^0}{3^{-3}}$

$= \frac{1}{3^{-3}}$ $[\because a^0 = 1]$

$= 3^3$ $\left[\because \frac{1}{a^{-n}} = a^n\right]$

১ বর্গমিটার পথ বাঁধানোর খরচ ৭.২৫ টাকা

∴ ১০৫৬ " " " " (৭.২৫ × ১০৫৬) টাকা

= ৭৬৫৬ টাকা

∴ পথটি বাঁধানোর জন্য ৭৬৫৬ টাকা খরচ হবে। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : এখানে দৈর্ঘ্য/প্রস্থ থেকে রাস্তার বিস্তার বিয়োগ করা হয়েছে। কারণ রাস্তা আয়তাকার বাগানের ভেতরে।

প্রশ্ন ॥ ১৪৬ ॥ ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮,৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট খরচ কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চাটির গভীরতা ২.৫ মিটার = (২.৫ × ১০০) সে.মি.

= ২৫০ সে. মি.

চৌবাচ্চায় ২৮৯০০ লিটার বা (২৮৯০০ × ১০০০) ঘন সে.মি. পানি ধরে

[∵ ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

অতএব, চৌবাচ্চার আয়তন ২৮৯০০০০০ ঘন সে.মি.।

∴ চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{২৮৯০০০০০}{২৫০}$ বর্গ সে.মি.

= ১১৫৬০০ বর্গ সে.মি.

= $\frac{১১৫৬০০}{১০০ \times ১০০}$ বর্গমিটার

= ১১.৫৬ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটি বর্গাকৃতি হওয়ায় এর তলার এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{১১.৫৬}$ মি.

= ৩.৪ মি.

অর্থাৎ, চৌবাচ্চাটির ৪টি দেয়ালের ক্ষেত্রফল = ৪(৩.৪ × ২.৫) ব.মি.

= ৩৪ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটির তলা ও চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল = (১১.৫৬ + ৩৪) ব.মি.

= ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটির ভিতরের দিকে ৪৫.৫৬ বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে হবে।

এখন, ১ বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে খরচ ১২.৫০ টাকা

∴ ৪৫.৫৬ " " " " " (৪৫.৫৬ × ১২.৫০) টাকা

= ৫৬৯.৫০ টাকা

∴ সীসার পাত লাগাতে মোট খরচ হবে ৫৬৯.৫০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪৭ ॥ একটি ঘরের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মেঝের দৈর্ঘ্য ২৬ মি. ও প্রস্থ ২০ মি.

∴ মেঝের ক্ষেত্রফল = (২৬ × ২০) বর্গমিটার = ৫২০ বর্গমিটার

১টি মাদুরের দৈর্ঘ্য ৪ মি. ও প্রস্থ ২.৫ মিটার

∴ ১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল = (৪ × ২.৫) বর্গমিটার = ১০ বর্গমিটার

∴ ঘরের মেঝে ঢাকতে মাদুর লাগবে (৫২০ ÷ ১০) টি = ৫২টি

১টি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি " " (২৭.৫০ × ৫২) টাকা = ১৪৩০ টাকা

∴ মাদুর ৫২টি এবং মোট ১৪৩০ টাকা খরচ হবে। **(উত্তর)**

***লক্ষ কর :** লম্বা ও দৈর্ঘ্য এবং চওড়া ও প্রস্থ একই কথা।*

প্রশ্ন ॥ ১৪৮ ॥ একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্ঠাসংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, বইটিতে পৃষ্ঠা সংখ্যা ২০০টি

∴ বইটিতে পাতা আছে (২০০ ÷ ২) = ১০০ টি [∵ ২ পৃষ্ঠা = ১ পাতা]

১টি পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি.

∴ ১০০ " " " (০.১ × ১০০) মি.মি. = ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.

∴ বইটির দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি. এবং পুরুত্ব ১ সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × পুরুত্ব

= ২৫ সে.মি. × ১৮ সে.মি. × ১ সে.মি.

= ৪৫০ ঘন সে.মি.

∴ বইটির আয়তন ৪৫০ ঘন সে.মি.। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে পুরত্ব/উচ্চতা/গভীরতা একই কথা।

$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৩ ॥ $\dfrac{\sqrt[3]{7^2}.\sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$

সমাধান : $\dfrac{\sqrt[3]{7^2}.\sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{(7^2)^{\frac{1}{3}}.(7)^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$ $[\because \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}]$

$= \dfrac{7^{2\times\frac{1}{3}}.7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$ $[(a^m)^n = a^{mn}]$

$= \dfrac{7^{\frac{2}{3}}.7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{7^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}}$ $[\because a^m \times a^n = a^{mn}]$

$= \dfrac{7^{\frac{2+1}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{7^{\frac{3}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{7^1}{7^{\frac{1}{2}}}$

$= 7^{1-\frac{1}{2}}$ $[\because \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$

$= 7^{\frac{2-1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৪ ॥ $(2^{-1}+5^{-1})^{-1}$

সমাধান : $(2^{-1}+5^{-1})^{-1}$

$= \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}\right)^{-1}$ $[\because a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}]$

$= \left(\dfrac{5+2}{10}\right)^{-1} = \left(\dfrac{7}{10}\right)^{-1} = \dfrac{1}{\frac{7}{10}} = 1\times\dfrac{10}{7} = \dfrac{10}{7}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৫ ॥ $(2a^{-1}+3b^{-1})^{-1}$

সমাধান : $(2a^{-1}+3b^{-1})^{-1}$

$= \left(2\times\dfrac{1}{a}+3\times\dfrac{1}{b}\right)^{-1}$ $[\because a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}]$

$= \left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{b}\right)^{-1}$

$= \left(\dfrac{2b+3a}{ab}\right)^{-1}$

$= \dfrac{1}{\frac{2b+3a}{ab}}$ $[\because a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}]$

$= 1\times\dfrac{ab}{3a+2b} = \dfrac{ab}{3a+2b}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৬ ॥ $\left(\dfrac{a^2b^{-1}}{a^{-2}b}\right)^2$

সমাধান : $\left(\dfrac{a^2b^{-1}}{a^{-2}b}\right)^2$

$$= \left(\frac{a^2}{a^{-2}} \times \frac{b^{-1}}{b}\right)^2$$

$$= (a^{2-(-2)} \times b^{-1-1})^2 \quad [\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

$$= (a^{2+2} \times b^{-2})^2$$

$$= (a^4 \times b^{-2})^2 = \left(\frac{a^4}{b^2}\right)^2 = \frac{(a^4)^2}{(b^2)^2} = \frac{a^{4\times 2}}{b^{2\times 2}} = \frac{a^8}{b^4}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৭ ॥ $\sqrt{x^{-1}y}.\sqrt{y^{-1}z}.\sqrt{z^{-1}x}$ **, (x > 0, y > 0, z > 0)**

সমাধান : $\sqrt{x^{-1}y}.\sqrt{y^{-1}z}.\sqrt{z^{-1}x}$

$$= \sqrt{x^{-1}y \,.\, y^{-1}z \,.\, z^{-1}x}$$

$$= \sqrt{x^{-1-1} \,.\, y^{1-1} \,.\, z^{1-1}}$$

$$= \sqrt{x^0 \,.\, y^0 \,.\, z^0} = \sqrt{1 \,.\, 1 \,.\, 1} = \sqrt{1} = 1$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৮ ॥ $\dfrac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

সমাধান : $\dfrac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$

$$= \frac{2^n.2^4 - 2^2.2^n.2^1}{2^n.2^2 \div 2}$$

$$= \frac{2^n \,.\, 2^4 - 2^{2+1} \,.\, 2^n}{2^n \,.\, 2^{2-1}}$$

$$= \frac{2^n \,.\, 2^4 - 2^3 \cdot 2^n}{2^n \cdot 2} = \frac{2^n \cdot 2\,(2^3 - 2^2)}{2^n \cdot 2} = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫৯ ॥ $\dfrac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \dfrac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

সমাধান : $\dfrac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \dfrac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{(m+1)(m-1)}}$$

$$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{3^{2m+2}}{3^{m^2-1}}$$

$$= 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2-1}$$

$$= 3^{2m+1-m^2} \div 3^{2m-m^2+3}$$

$$= 3^{2m-1-m^2-2m+m^2-3} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$ **(Ans.)**

প্রমাণ কর :

প্রশ্ন ॥ ১৬০ ॥ $\dfrac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$

সমাধান : বামপক্ষ $= \dfrac{4^n - 1}{2^n - 1}$

$$= \frac{(2^2)^n - 1}{2^n - 1}$$

$$= \frac{(2^n)^2 - (1)^2}{2^n - 1} \qquad = \frac{(2^n + 1)\,(2^n - 1)}{(2^n - 1)} = 2^n + 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \dfrac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$ (প্রমাণিত)

★ ★ ★প্রশ্ন ॥ ১৬১ ॥ $\frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p+q}.6^q}{6^p.10^{q+2}.15^p} = \frac{1}{50}$

সমাধান : বামপক্ষ $= \frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p+q}.6^q}{6^p.10^{q+2}.15^p}$

$= \frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p-q}.(2\times 3)^q}{(2\times 3)^p(2\times 5)^{q+2}(3\times 5)^p}$

$= \frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p+q}.3^q.2^q}{3^q.2^p.5^{q+2}.2^{q-2}.3^p.5^q}$

$= \frac{2^{p+q+1}.3^{2p-q+q}.5^{p-q}}{2^{p+q+2}.3^{p-p}.5^{p-q+2}}$

$= 2^{p+q+1-p-q-2}.3^{2p-2p}.5^{p+q-p-q-2}$

$= 2^{-1}.3^0.5^{-2} = \frac{1}{2}.1.\frac{1}{5^2} = \frac{1}{2}.1.\frac{1}{25} = \frac{1}{50}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p-q}.6^q}{6^p.10^{q+2}.15^p} = \frac{1}{50}$ (প্রমাণিত)

★ ★প্রশ্ন ॥ ১৬১ ॥ $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n.\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l.\left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$

সমাধান : বামপক্ষ $= \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n.\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l.\left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m$

$= (a^{l-m})^n.(a^{m-n})^l.(a^{n-l})^m$

$= a^{ln-mn}.a^{ml-ln}.a^{mn-ml}$

$= a^{ln-ln-mn+mn-ml-ml}$

$= a^0 = 1$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n.\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l.\left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$ (প্রমাণিত)

★প্রশ্ন ॥ ১৬২ ॥ $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ $= \left(\frac{a^{p+q}}{a^{2r}}\right)\left(\frac{a^{q+r}}{a^{2p}}\right)\left(\frac{a^{r+p}}{a^{2q}}\right)$

$= (a^{p+q-2r})\,(a^{q+r-2p})\,(a^{r+p-2q})$

$= a^{p+q-2r+q+r-2p+r+p-2q}$

$= a^{2p-2p+2q-2q+2r-2r}$

$= a^0$

$= 1 \quad [\because a^0 = 1]$

= ডানপক্ষ

$\therefore \frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$ (প্রমাণিত)

★প্রশ্ন ॥ ১৬৩ ॥ $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}.\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}.\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ $= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{\frac{1}{ab}}\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{\frac{1}{bc}}\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{\frac{1}{ca}}$

$= (x^{a-b})^{\frac{1}{ab}}(x^{b-c})^{\frac{1}{bc}}(x^{c-a})^{\frac{1}{ca}}$

$= x^{\frac{a-b}{ab}}.x^{\frac{b-c}{bc}}.x^{\frac{c-a}{ca}}$

আপনার চাকরির প্রস্তুতি হোক শতভাগ সফল

আজকের প্রস্তুতি, আগামীর অগ্রগতি!

📱 **আজকের প্রস্তুতি অ্যাপটি ডাউনলোড করুন**

সহজেই আপনার মোবাইলে ইনস্টল করে নিয়মিত মডেল টেস্ট দিন ও সাজানো স্টাডি মেটেরিয়াল পড়ুন।

গুগল প্লে স্টোরে দেখুন →

🌐 অফিশিয়াল ওয়েবসাইট: **https://www.ajkerbongo.com/**

📘 ফেসবুক প্ল্যাটফর্ম: **আজকের বঙ্গ (Ajker Bongo)**

© 2026 আজকের প্রস্তুতি ও আজকের বঙ্গ। সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত।